

EJERCICIOS UNIDAD 11: MUESTREO E INFERENCIA ESTADÍSTICA

1. (2020-M1;Sept-A-4)

- (1 punto) Una población de 25000 personas se ha dividido en cuatro estratos con tamaños 15000, 5000, 3000 y 2000 personas respectivamente. En esa población se ha realizado un muestreo estratificado con afijación proporcional, en el que se han elegido al azar 36 personas del tercer estrato. Determine el tamaño de la muestra total obtenida con este muestreo y su composición.
- (1.5 puntos) Dada la población $P = \{2, 4, 6\}$, construya todas las muestras posibles de tamaño 2 que se puedan formar mediante muestreo aleatorio simple y halle la desviación típica de las medias muestrales obtenidas con todas esas muestras.

2. (2020-M1;Sept-B-4) Se ha tomado una muestra de 16 pacientes tratados por un especialista y se ha observado que el tiempo de espera en su consulta, en minutos, ha sido de:

8 9.2 10 8.5 12 9 11.3 7 8.5 8.3 7.6 9 9.4 10.5 8.9 6.8

Supongamos que el tiempo de espera en esta consulta se distribuye según una ley Normal de varianza 4 y media desconocida.

- (1.5 puntos) Halle un intervalo de confianza al 97.5% para estimar el tiempo medio de espera de los pacientes tratados por este especialista.
- (1 punto) ¿Cuál debería ser el tamaño mínimo de la muestra para asegurar, con un nivel de confianza del 90%, que el error cometido sea, a lo sumo, de 0.3 minutos?

3. (2020-M2-A-4) El precio de venta al público del kilogramo de frambuesas sigue una ley Normal de media desconocida y varianza 9. En una localidad se eligen 10 comercios de manera aleatoria, obteniéndose los siguientes precios en euros:

12.3 10 9.1 11 10.5 11.8 9.9 11.5 10.9 13

- (0.5 puntos) ¿Qué distribución siguen las medias de las muestras de tamaño 10?
- (1 punto) Con los datos obtenidos de la muestra, determine un intervalo de confianza al 97% para el precio medio del kilogramo de frambuesas.
- (1 punto) Con el mismo nivel de confianza, calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que el error cometido al estimar el precio medio del kilogramo de frambuesas sea menor a 1.5 euros.

4. (2020-M2-B-4) Se sabe que la longitud, en centímetros, de una especie de estrella de mar en una determinada zona sigue una ley Normal con desviación típica 3. Para estimar la longitud media de esa especie de estrella de mar, se extrae una muestra de tamaño 36 y se obtiene el intervalo de confianza (6.04, 8) al 95%. Se pide:

- (0.5 puntos) Calcule la media muestral.
- (0.5 puntos) Calcule el error de estimación máximo cometido.
- (1 punto) Si aumentamos el tamaño muestral a 49, ¿qué efecto produce sobre el error máximo cometido? Calcule este error.
- (0.5 puntos) Si aumentamos el nivel de confianza, ¿qué efecto produce sobre el error de estimación máximo? Justifique la respuesta.

5. (2020-M3;Jun-A-4) La vida útil, en años, de las lavadoras de un determinado modelo, se distribuye según una ley Normal de varianza 7.84. En una muestra de 12 lavadoras, la vida útil en años ha sido:

9.5 9 10.2 8.6 11.4 10.8 12.6 11 11.8 14.5 10.4 9.8

- (1.5 puntos) Con estos datos, determine un intervalo de confianza al 93.5% para estimar la vida útil media de estas lavadoras.
- (1 punto) Calcule el error máximo que se puede cometer al estimar la vida útil media de este modelo de lavadoras, si se toma una muestra de 50 lavadoras y asumimos un nivel de confianza del 99%.

6. **(2020-M3;Jun-B-4)** La renta anual de los hogares andaluces, en miles de euros, se distribuye según una ley Normal con desviación típica 5 y media desconocida μ .
- (1 punto) Si se desea que en el 99% de las posibles muestras del mismo tamaño, elegidas de entre los hogares andaluces, la media muestral no difiera de la renta media anual poblacional de dichos hogares en más de una unidad, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de las muestras?
 - (0.5 puntos) Si se consideran muestras de hogares andaluces de tamaño 100, ¿qué distribución de probabilidad sigue la variable aleatoria “Renta media anual muestral”?
 - (1 punto) Suponiendo que la renta media anual poblacional de los hogares andaluces es $\mu = 24$, ¿cuál es la probabilidad de que en una muestra de tamaño 100 la renta media anual muestral sea superior a 25?
7. **(2020-M4-A-4)** La distancia en kilómetros recorrida al día por los vehículos de una empresa de coches de alquiler sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 225. Se toma una muestra aleatoria simple de 36 coches y se obtiene el intervalo de confianza (153.65, 162.35) para la media poblacional.
- (1 punto) Calcule la media muestral y el error máximo de estimación para ese intervalo de confianza.
 - (0.5 puntos) Si con el mismo nivel de confianza, aumentamos el tamaño muestral, ¿cómo se vería afectado el error?
 - (1 punto) Con un nivel de confianza del 95%, ¿cuál debería ser el tamaño mínimo de la muestra para que el error cometido sea inferior a 3 km?
8. **(2020-M4-B-4)** El tiempo de espera para ser atendido en un servicio hospitalario es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica de 2 meses. Tomada una muestra al azar de 9 pacientes que han utilizado ese servicio, se han registrado los siguientes tiempos de espera en meses:
- 8.5 3.7 4.3 3.6 5.6 4.8 1.0 1.4 6.0
- (1.5 puntos) Determine un intervalo de confianza al 95% para el tiempo de espera medio poblacional.
 - (1 punto) Con un nivel de confianza del 97%, ¿qué tamaño muestral mínimo se ha de tomar para que el error máximo cometido en la estimación del tiempo de espera medio poblacional no exceda de un mes?
9. **(2020-M5-A-4)** El tiempo de desfase, en minutos, entre la hora de paso programada de un autobús por cierta parada y la hora real a la que pasa, sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 4. Se observa el paso del autobús por la parada en 10 ocasiones elegidas al azar, registrándose los siguientes desfases:
- 4.7 2.1 3.6 5.4 0.0 4.2 4.0 -0.2 1.9 5.2
- (1.25 puntos) Obtenga un intervalo de confianza al 97% para el desfase medio en la hora de paso del autobús.
 - (1.25 puntos) ¿Qué tamaño muestral mínimo sería necesario para estimar el desfase medio con un error inferior a 30 segundos y un nivel de confianza del 95%? ¿Cómo variaría dicho tamaño muestral si se aumentara el nivel de confianza?
10. **(2020-M5-B-4)** Una tienda de ropa quiere estudiar la aceptación de un nuevo sistema de pago a través del teléfono móvil. Para ello realiza una encuesta entre 200 de sus clientes elegidos al azar, resultando que 150 de ellos sí estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.
- (1.5 puntos) Determine un intervalo de confianza al 97% para estimar la proporción de clientes de esa tienda que estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.
 - (1 punto) Mediante una nueva encuesta se quiere estimar la proporción de clientes de esa tienda que usarían el nuevo sistema de pago, con un error máximo del 3% y un nivel de confianza del 94%. Suponiendo que se mantiene la proporción muestral del apartado anterior, ¿a cuántos clientes como mínimo habría que realizar la encuesta?

11. (2020-M6-A-4) Tomada al azar una muestra de 600 alumnos de una universidad española, se encontró que $\frac{2}{3}$ de los mismos podían expresarse en inglés con fluidez.
- (1.5 puntos) Calcule un intervalo de confianza al 98% para estimar la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez. ¿Se podría admitir a ese nivel de confianza que la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez es $\frac{13}{20}$?
 - (0.25 puntos) Teniendo en cuenta el intervalo anterior, ¿qué error máximo se cometería en dicha estimación?
 - (0.75 puntos) Si se mantienen la misma proporción muestral y la misma confianza, ¿cuántos alumnos como mínimo habría de tener una muestra para que el error de estimación sea inferior al 2%?
12. (2020-M6-B-4) La cantidad de café por taza que suministra una máquina de café sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica 0.8 cm^3 . En una muestra de 45 tazas suministradas por esa máquina, se ha medido un total de 5400 cm^3 de café.
- (0.5 puntos) Calcule el estimador puntual para la cantidad media de café por taza que suministra la máquina.
 - (1 punto) Calcule un intervalo de confianza al 97% para estimar la cantidad media de café por taza que suministra la máquina.
 - (1 punto) Calcule, con el mismo nivel de confianza, el tamaño muestral mínimo que se ha de tomar para que, al estimar la cantidad media de café por taza, el error cometido sea inferior a 0.2 cm^3 .
13. (2021-M1-D-7)
- (1 punto) En una población constituida por los números naturales del 1 al 9, ¿cuántas muestras de tamaño 2 se pueden formar por muestreo aleatorio simple? Si se elige al azar una de esas muestras, ¿cuál es la probabilidad de que el valor medio de los dos números de esa muestra sea 5?
 - (1.5 puntos) Para estimar la proporción de andaluces contagiados por una enfermedad infecciosa en un momento determinado, se ha tomado una muestra de 10 000 personas, resultando que 500 de ellas estaban infectadas.
 - Con este dato, establezca un intervalo, al 97% de confianza, para la proporción real de infectados en la población andaluza.
 - A la vista del intervalo obtenido, razone si se podría aceptar que el 6% de la población andaluza estaba infectada.
 - Se toma una nueva muestra de mayor tamaño y resulta que hay la misma proporción de positivos en la nueva muestra. Con estos nuevos datos, razone si el nuevo intervalo al 97% de confianza contiene al intervalo anterior o está contenido en él.
14. (2021-M1-D-8) El tiempo, en horas, que los alumnos de un instituto dedican a estudiar para los exámenes finales, se distribuye siguiendo una ley Normal de media desconocida y varianza 81. Se toma una muestra aleatoria de 16 alumnos de dicho instituto, obteniéndose los siguientes tiempos:
- 30 42 38 45 52 60 21 26 33 44 28 49 32 51 49 40
- (1.5 puntos) Obtenga un intervalo, con un 95% de confianza, para estimar el tiempo medio de estudio de los alumnos de ese instituto.
 - (1 punto) Calcule el mínimo tamaño de la muestra que se ha de tomar, para estimar el tiempo medio de estudio de esos alumnos con un error inferior a 2 horas y un nivel de confianza del 98%.

15. (2021-M2;Jun-D-7)

- a) (1.5 puntos) En una Escuela Politécnica hay matriculados en el último curso 60 estudiantes de Ingeniería Eléctrica, 40 de Ingeniería Informática, 30 de Ingeniería Civil, 50 de Ingeniería Mecánica y 20 de Ingeniería Aeronáutica. Se quiere hacer una encuesta al 20% de estos estudiantes, de manera proporcional al número de matriculados en cada titulación.
1. ¿Qué tipo de muestreo se debe emplear?
 2. ¿Cuántos alumnos debe haber en la muestra y cuántos de cada titulación?
- b) (1 punto) Dada la población $\{a, 10, 12, 11, 18\}$, ¿cuánto debe valer a , sabiendo que la media de las medias muestrales de tamaño 3, obtenidas mediante muestreo aleatorio simple, es 13.2?

16. (2021-M2;Jun-D-8) Se desea estimar la proporción de individuos mayores de edad de una localidad que están en contra de la construcción de una central nuclear en su término municipal. Para ello, se pregunta a 100 individuos mayores de edad de esa localidad, elegidos de forma aleatoria, resultando que 45 de ellos rechazan la construcción de la central.

- a) (1.5 puntos) Calcule un intervalo de confianza al 92% para estimar la proporción real de individuos de esa localidad que están en contra de la construcción de la central.
- b) (1 punto) Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza del apartado anterior, determine el tamaño mínimo de la muestra que hay que tomar, para que al estimar la proporción de individuos de esa localidad que rechazan la construcción de la central, el error cometido sea inferior al 5%.

17. (2021-M3-D-7)

- a) (1.25 puntos) Se desea tomar una muestra aleatoria estratificada de las personas de un municipio, cuyos estratos son los siguientes tramos de edad: de 0 a 25 años, de 26 a 45, de 46 a 60 y de 61 años o más. En el primer tramo hay 15000 personas, en el segundo hay 16800, en el tercero 11400 y en el cuarto 6000. Sabiendo que el muestreo se hace con afijación proporcional y se han elegido al azar 375 personas del primer tramo, calcule el tamaño de la muestra total y su composición.
- b) (1.25 puntos) Dada la población $\{1, 3, 5\}$, establezca todas las muestras posibles de tamaño 2 que se puedan formar mediante muestreo aleatorio simple y determine la media y la desviación típica de las medias muestrales obtenidas con todas esas muestras.

18. (2021-M3-D-8) Se quiere estimar la proporción de imprentas de una región que incluyen el uso de celulosa reciclada en los libros que imprimen. Para ello, se ha tomado una muestra aleatoria de 50 imprentas de esa región y en ella hay 12 que usan dicho material.

- a) (1.5 puntos) Obtenga un intervalo de confianza al 95%, para estimar la proporción real de imprentas que usan celulosa reciclada.
- b) (1 punto) Determine el tamaño mínimo de la muestra de imprentas de esa región que se deben seleccionar para que, manteniendo el mismo nivel de confianza y proporción muestral anteriores, la amplitud del intervalo sea como máximo de 0.2.

19. (2021-M4-D-7) Se quiere estudiar la proporción de ciudadanos enfermos de COVID-19 en una determinada población. Para ello, se elige una muestra al azar de 1000 ciudadanos, revelándose que el 15% de ellos están enfermos.

- a) (1.5 puntos) Calcule un intervalo de confianza al 95%, para estimar la proporción real de enfermos de COVID-19 en dicha población.
- b) (1 punto) Determine el tamaño muestral mínimo para que, con el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral anteriores, el error que se cometa al estimar la proporción de ciudadanos enfermos de COVID-19 en esa población sea inferior al 1%.

20. (2021-M4-D-8) El peso de los paquetes de arroz de una marca comercial concreta sigue una ley Normal de media 1000 g y varianza 256 g^2 .
- (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que el peso medio de las muestras de tamaño 64 sea menor que 996 g.
 - (1.5 puntos) Tras varias denuncias presentadas por falta de peso en los citados paquetes, una organización de consumidores ha procedido a tomar una muestra de 64 paquetes, resultando que la suma de los pesos ha sido de 63744 g. Halle un intervalo de confianza al 90% para estimar el peso medio real de los paquetes de arroz de esa marca.
 - (0.25 puntos) A la vista del intervalo obtenido y teniendo en cuenta que el peso que marca el paquete es de 1000 g, ¿cree que la denuncia tiene base?
21. (2021-M5;Jul-D-7) Para estimar la proporción de residentes británicos en España que están a favor de la salida del Reino Unido de la Unión Europea (UE), se toma una muestra aleatoria de 250 de estos residentes, obteniéndose que 115 estaban a favor de dejar de pertenecer a la UE.
- (1.5 puntos) Calcule un intervalo de confianza al 99.5%, para estimar la proporción real de esos residentes que está a favor de la salida del Reino Unido de la UE.
 - (1 punto) Manteniendo la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza del apartado anterior, determine el tamaño mínimo necesario de la muestra, para estimar la proporción de residentes británicos en España que están a favor de la salida del Reino Unido de la UE, con un error inferior al 5%.
22. (2021-M5;Jul-D-8) Sea X una variable aleatoria que sigue una ley Normal de media poblacional desconocida y desviación típica 4.
- (0.5 puntos) ¿Cuál es la desviación típica de la distribución de las medias de las muestras de tamaño 12 de la variable aleatoria X ?
 - (1 punto) Para estimar la media poblacional de la variable X , se toma una muestra aleatoria de tamaño 12, obteniéndose los siguientes resultados:
11.8 10 9.8 12 9.7 10.8 9.6 11.3 10.4 12.2 9.1 10.5
Con los datos obtenidos de la muestra, determine un intervalo de confianza al 97% para estimar la media poblacional.
 - (1 punto) Calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra, para que, con el mismo nivel de confianza, el error cometido al estimar la media poblacional sea menor que 1.2.
23. (2021-M6-D-7) Para un estudio acerca del uso del transporte público en una ciudad, se selecciona una muestra aleatoria de 500 individuos, obteniéndose que 175 de ellos lo usan.
- (1.5 puntos) Halle un intervalo de confianza al 94% para estimar la proporción real de individuos que usan el transporte público en esa ciudad.
 - (1 punto) Manteniendo la proporción muestral, ¿cuántos individuos se deberían seleccionar como mínimo, para que, con un nivel de confianza del 97%, la proporción muestral difiera de la proporción real a lo sumo en un 2%?
24. (2021-M6-D-8) La estatura de las mujeres de una población sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 7 cm.
- (1.5 puntos) Se toma una muestra aleatoria de 300 mujeres de esta población, que da una estatura media de 168 cm. Construya un intervalo de confianza al 97% para estimar la estatura media de las mujeres de esta población.
 - (1 punto) Calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esta población para que, con un nivel de confianza del 94%, el error máximo cometido al estimar la estatura media de las mujeres de esa población sea inferior al 1.2 cm.
25. (2022-Jun-D-7) La resistencia media a la ruptura de una nueva gama de herramientas sigue una distribución Normal de desviación típica 15 MPa (megapascales). Se seleccionan al azar 100 herramientas forjadas en la misma máquina durante el mismo proceso de producción, obteniéndose una resistencia media de 800 MPa.

- a) (1.25 puntos) Realizando la estimación con un nivel de confianza del 92%. ¿entre qué valores se estima la resistencia media poblacional de esta gama de herramientas?
- b) (1.25 puntos) Manteniendo el mismo nivel de confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de una nueva muestra para que el error máximo en la estimación de la resistencia media a la ruptura sea menor que 2 MPa?
26. **(2022-Jun-D-8)** Se quiere estudiar la proporción de perros que están vacunados en Andalucía. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 400 perros de los que 320 resultan estar vacunados.
- a) (1.5 puntos) Obtenga un intervalo con un nivel de confianza del 92% para estimar la proporción de perros vacunados en Andalucía y calcule el error máximo cometido.
- b) (1 punto) En una nueva muestra, manteniendo el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral, ¿cuántos perros, como mínimo, hay que elegir para que el error sea menor que 0.02?
27. **(2022-Jul-D-7)** Una fábrica de tornillos quiere hacer un estudio sobre la proporción de tornillos que cumplen las especificaciones del fabricante. Para ello ha seleccionado una muestra aleatoria de 1500 tornillos, resultando que 1425 cumplen las especificaciones del fabricante.
- a) (1.5 puntos) Determine un intervalo de confianza para la proporción de tornillos que cumplen con las especificaciones del fabricante con un nivel de confianza del 97%.
- b) (1 punto) Manteniendo la proporción muestral y el nivel de confianza del apartado anterior, ¿cuál tendría que ser el tamaño mínimo de una nueva muestra para que el error de estimación sea inferior al 1%?
28. **(2022-Jul-D-8)** El número de días que los titulados en un cierto máster tardan en encontrar su primer trabajo sigue una distribución Normal de media μ desconocida y desviación típica 3 días.
- a) (1 punto) Se elige una muestra aleatoria de 100 titulados obteniéndose una media muestral de 8.1 días. Calcule un intervalo de confianza al 97% para estimar la media poblacional.
- b) (1 punto) Con un nivel de confianza del 92%, calcule el tamaño muestral mínimo necesario para que el error cometido, al estimar el número medio de días que estos titulados tardan en encontrar trabajo, sea inferior a un día.
- c) (0.5 puntos) Suponiendo $\mu = 7.61$ días y tomando muestras aleatorias de 36 titulados, ¿qué distribución de probabilidad sigue la variable aleatoria media muestral? ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea superior a 8 días?
29. **(2022-R1-D-7)**
- a) (1.25 puntos) Se divide una población en cuatro estratos de tamaño 60000, 20000, 24000 y 16000 personas. En dicha población se realiza un muestreo estratificado por afijación proporcional, seleccionándose 144 personas del tercer estrato. Determine el tamaño total de la muestra y su composición.
- b) (1.25 puntos) Dada la población $\{1, 4, 7\}$, establezca todas las muestras posibles de tamaño 2 que se puedan formar mediante muestreo aleatorio simple y determinar la media y la desviación típica de las medias muestrales obtenidas con todas estas muestras.
30. **(2022-R1-D-8)** Se desea estimar la proporción de estudiantes de una universidad que proceden de otras provincias, para ello se selecciona una muestra de tamaño 2100 de los que 630 lo cumplen.
- a) (1.25 puntos) Calcule un intervalo de confianza con un nivel de 97.5% para estimar la proporción poblacional de estudiantes de esa universidad procedentes de otras provincias.
- b) (1.25 puntos) En una nueva muestra que mantiene la misma proporción muestral, y con el mismo nivel de confianza, queremos que el error máximo cometido sea de 0.01. Halle su tamaño mínimo.

31. (2022-R2-D-7) Se desea estimar la proporción de jóvenes de una localidad que están suscritos a una determinada plataforma de televisión. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 100 jóvenes de los que 36 afirman estar suscritos a dicha plataforma.
- (1.5 puntos) Determine un intervalo de confianza, con un nivel del 92%, para la proporción de jóvenes que están suscritos a esta plataforma.
 - (1 punto) Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza del apartado anterior, determine el tamaño muestral mínimo que se debería tomar si se quisiera que el error máximo fuera 0.025.
32. (2022-R2-D-8) La vida útil de un determinado modelo de teléfono móvil (en meses) se distribuye según una ley Normal de varianza 9.61 meses^2 . En una muestra de 10 teléfonos, la vida útil de los mismos ha sido:
- 30.6 30 31.3 29.7 32.3 32 32.8 31.5 31.2 30.5
- (1.5 puntos) Determine un intervalo de confianza para estimar la vida útil de este modelo de teléfono móvil con un nivel de confianza del 97%.
 - (1 punto) Determine el tamaño mínimo muestral para que, con el mismo nivel de confianza, el error que se comete al estimar la duración media de la vida útil de este modelo de teléfono móvil sea inferior a 0.15 meses.
33. (2022-R3-D-7) Un taller desea estimar el grado de satisfacción de sus clientes. Para ello, a 120 clientes seleccionados al azar, les pregunta si volverían a solicitar sus servicios en caso de necesitarlo, de los que 96 respondieron que sí lo harían.
- (1.25 puntos) Determine, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de clientes de este taller que volverían a solicitar sus servicios.
 - (1.25 puntos) Mediante una nueva muestra queremos estimar la proporción de clientes de ese taller que volverían a solicitar sus servicios con un error máximo del 5% y un nivel de confianza del 97%. Suponiendo que se mantiene la proporción muestral, ¿qué tamaño mínimo debe tener dicha muestra?
34. (2022-R3-D-8) El consumo de energía eléctrica mensual por vivienda medido en kilovatios hora (kWh) sigue una distribución Normal con varianza 4225 (kWh)^2 .
- (1 punto) Se toma una muestra aleatoria de 100 viviendas, obteniéndose un consumo total de 26830 kWh. Calcule un intervalo de confianza al 92% para estimar el consumo medio poblacional.
 - (1 punto) Calcule el tamaño mínimo de la muestra necesario para estimar el consumo medio de energía eléctrica mensual por vivienda, con un error máximo de 5 kWh y con un nivel de confianza del 98%.
 - (0.5 puntos) Tras una campaña para incentivar el ahorro energético se toma una nueva muestra y el intervalo de confianza para el consumo medio que se obtiene es $(224.08, 255.92)$. Calcule la media del consumo de energía eléctrica mensual por vivienda para dicha muestra.
35. (2022-R4-D-7) Se desea estimar la proporción de personas mayores de 45 años de una determinada ciudad que tienen presbicia (vista cansada). Para ello, se toma una muestra aleatoria de 540 personas mayores de 45 años, obteniéndose que 378 tienen presbicia.
- (1.5 puntos) Obtenga un intervalo, con un nivel de confianza del 97%, para estimar la proporción poblacional de personas mayores de 45 años con presbicia en dicha ciudad.
 - (1 punto) Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza del apartado anterior, ¿cuántas personas se deberán seleccionar como mínimo para que la proporción muestral difiera de la proporción poblacional a lo sumo en un 3%?
36. (2022-R4-D-8) El peso en gramos de las tortugas terrestres de una reserva natural sigue una ley Normal de varianza 121 g^2 . Para estimar el peso medio de las tortugas de la reserva, se toma una muestra de 10 tortugas, obteniéndose los siguientes datos:

980 1002 950 985 1100 1085 895 1000 912 1006

- a) (1.5 puntos) Halle un intervalo de confianza para el peso medio de las tortugas con un nivel de confianza del 97%.
- b) (1 punto) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para asegurar con un nivel de confianza del 94% que el error máximo cometido sea de 5 g?
- 37. (2023-Jun-D-7)**
- a) (1.25 puntos) Una población está dividida en cuatro estratos de 250, 300, 400 y 350 individuos. Realizando un muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 20 individuos del primer estrato. Determine el tamaño de la población, el tamaño de la muestra y el número de individuos seleccionados de los tres restantes estratos.
- b) En un centro de enseñanza la calificación media de los estudiantes fue de 6.4 puntos con una desviación típica de 0.7 puntos. Se seleccionó aleatoriamente una muestra de 49 estudiantes.
- b1) (0.25 puntos) Indique la distribución que sigue la media de las muestras de tamaño 49.
- b2) (1 punto) Calcule la probabilidad de que la media de las calificaciones de los estudiantes de una de esas muestras esté comprendida entre 6.3 y 6.8 puntos.
- 38. (2023-Jun-D-8)** Se desea estimar la proporción de donantes de sangre en una universidad. Para ello se toma una muestra aleatoria de 400 personas de esa universidad, resultando que 64 son donantes de sangre.
- a) (1.25 puntos) Calcule un intervalo de confianza, con un nivel del 98%, para estimar la proporción poblacional de donantes de sangre.
- b) (1.25 puntos) Si el nivel de confianza es del 95%, calcule el error máximo cometido. Razone si este error será mayor o menor al disminuir el nivel de confianza.
- 39. (2023-Jul-D-7)**
- a) (1 punto) Un gimnasio establece sus tarifas por grupos de edad: juvenil, adulto y senior. Tiene matriculados 25 juveniles, 75 adultos y 50 seniors. Se quiere seleccionar una muestra de 30 personas del gimnasio utilizando un muestreo estratificado con afijación proporcional. ¿Cuál será la composición que debe tener dicha muestra?
- b) (1.5 puntos) Dada la población $\{9, 11, 13, 18, 20\}$, calcule la varianza de la distribución de las medias muestrales de tamaño 2 obtenidas mediante muestreo aleatorio simple.
- 40. (2023-Jul-D-8)** En el otoño de 2021, el municipio del Paso en la isla de La Palma sufrió la erupción del volcán Cumbre Vieja. Al finalizar la erupción, se escogió una muestra de 500 casas resultando que 325 de ellas estaban afectadas por la erupción.
- a) (1.25 puntos) Calcule un intervalo, con un nivel de confianza del 97%, para estimar la proporción de casas afectadas por la erupción del volcán. Según el resultado obtenido, ¿se puede admitir que el porcentaje de casas afectadas por el volcán es del 64%?
- b) (1.25 puntos) Para un nivel de confianza del 92% y manteniendo la proporción muestral, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de una muestra para que el error máximo de estimación sea del 2%?
- 41. (2023-R1-D-7)**
- a) (1.25 puntos) Utilizando los números naturales de 1 al 6, ¿cuántas muestras de tamaño 2 pueden formarse aplicando un muestreo aleatorio simple? Si se elige una de estas muestras al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la media de los números obtenidos sea como máximo 2?
- b) (1.25 puntos) Se ha diseñado una encuesta para estimar qué proporción de adolescentes de una zona están suscritos a una determinada red social. ¿Qué tamaño debemos tomar para estimar dicha proporción por un intervalo de confianza al 95% con un error máximo de 0.15?

42. (2023-R1-D-8) El gasto mensual por vivienda en electricidad de los inquilinos de la zona centro de una determinada ciudad sigue una ley Normal con desviación típica 18.25 €. Se ha tomado una muestra aleatoria de 361 de estas viviendas obteniendo como resultado un gasto medio de 97 €.
- (1.25 puntos) Obtenga un intervalo de confianza del 93% para el gasto medio mensual en electricidad por vivienda.
 - (1.25 puntos) ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que el error cometido al estimar la media, con un nivel de confianza del 91%, sea un tercio del error cometido en el intervalo (95.5, 98.5)?
43. (2023-R2-D-7) Se sabe que la vida útil en meses de una batería de coche sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 8 meses². Se seleccionan al azar 100 clientes que habían comprado una de estas baterías y se les pregunta cuando las reemplazaron, obteniéndose una media de 4 años y 2 meses.
- (1.25 puntos) Determine, con un nivel de confianza del 94%, un intervalo de confianza para estimar la vida media de estas baterías.
 - (1.25 puntos) Manteniendo el mismo nivel de confianza, determine el tamaño muestral mínimo que debe tomarse para que el error cometido al estimar la vida media de estas baterías sea menor que 0.1 meses.
44. (2023-R2-D-8) El tiempo de adaptación al uso de unas gafas progresivas depende de la persona, de la graduación de las lentes y del tipo de progresivo elegido. No obstante, se sabe que el tiempo de adaptación sigue una ley Normal de media 12.5 días y desviación típica 2.5 días.
- (1.25 puntos) Si se toma una muestra aleatoria de 16 individuos que han comenzado a utilizar este tipo de gafas, ¿qué distribución sigue la media muestral del tiempo de adaptación? ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de adaptación a las gafas progresivas para dicha muestra supere los 12 días?
 - (1.25 puntos) Si la muestra elegida es de tamaño 25. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio muestral de adaptación a las gafas progresivas diste de 12 días a lo sumo 1 día?
45. (2023-R3-D-7) El peso de la gamba roja de Garrucha, en gramos, sigue una distribución Normal de media poblacional desconocida y desviación típica 5 gramos.
- (1.25 puntos) Se elige una muestra aleatoria de 100 gambas obteniéndose una media de 53 gramos. Calcule un intervalo de confianza al 97.5% para estimar el peso medio de la gamba roja.
 - (1.25 puntos) Sabiendo que la media poblacional es 53 gramos y escogiendo una muestra aleatoria de 64 gambas, calcule la probabilidad de que el peso medio de la muestra sea superior a 53.25 gramos.
46. (2023-R3-D-8) Se desea estimar la proporción de clientes de una compañía de seguros que han requerido el servicio de asistencia en carretera. Para ello, se ha recogido una muestra aleatoria de 300 asegurados resultando que 90 han requerido este servicio.
- (1.25 puntos) Obtenga un intervalo de confianza al 97% para estimar la proporción de asegurados que han solicitado este servicio.
 - (1.25 puntos) Con la proporción muestral facilitada y con un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el número mínimo de asegurados que se deberán seleccionar aleatoriamente para que la proporción muestral y la poblacional no difieran en más de un 3%?
47. (2023-R4-D-7) Una empresa fabrica piezas cuyo diámetro sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 9 mm².
- (0.75 puntos) Se seleccionan al azar 144 piezas obteniéndose un diámetro medio de 81 mm. Determine un intervalo de confianza al 98.5% para estimar el diámetro medio de las piezas fabricadas por la empresa.

- b) (0.75 puntos) Con el mismo nivel de confianza del apartado anterior, ¿de qué tamaño mínimo habría que tomar la muestra para obtener un intervalo de confianza con una amplitud máxima de 0.9?
- c) (1 punto) Suponiendo que la media poblacional es de 80.4 mm y tomando muestras aleatorias de 64 piezas, ¿qué distribución de probabilidad sigue la variable aleatoria diámetro medio muestral? ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro medio muestral esté comprendido entre 79.5 mm y 80.7 mm?
- 48. (2023-R4-D-8)** Se selecciona una muestra aleatoria de 300 habitantes de una ciudad, a los que se les pregunta si creen que llevan una dieta saludable. De las persona encuestadas, 180 han contestado afirmativamente, mientras que el resto ha respondido que no.
- a) (1.25 puntos) Calcule un intervalo de confianza al 95% para la proporción de personas que creen seguir una dieta saludable.
- b) (1.25 puntos) ¿Cuál sería el número de habitantes mínimo necesario en este estudio de opinión para que se reduzca a un tercio el error cometido en el intervalo (0.54, 0.66) con el mismo nivel de confianza?