EJERCICIOS UNIDAD 4: PROGRAMACIÓN LINEAL

1. **(2022-Jun-A-1)** (2.5 puntos) Una pastelería decide preparar dos tipos de cajas de pastelitos para regalar a los clientes en su inauguración. En total dispone de 120 piononos y 150 pestiños. En la caja del primer tipo habrá 3 piononos y 2 pestiños y en la del segundo tipo 4 piononos y 6 pestiños. Deben preparar al menos 9 cajas del segundo tipo.
Determine cuántas cajas de cada tipo deberá preparar para realizar el máximo número de regalos posibles. En este caso, indique cuántos piononos y cuántos pestiños se utilizarán.

2. **(2022-R1-A-2)** (2.5 puntos) Una sastrería dispone de 70 m^2 de tela de lino y de 150 m^2 de tela de algodón. En la confección de un traje se emplea 1 m^2 de tela de lino y 3 m^2 de tela de algodón, y en un vestido se necesitan 2 m^2 de tela de cada tipo. Se obtienen 60 euros de beneficio por cada traje y 70 euros por cada vestido. Determine el número de trajes y vestidos que se deben confeccionar para obtener el máximo beneficio, así como dicho beneficio máximo.

3. **(2022-R3-A-2)** (2.5 puntos) Una papelería quiere vender 400 cuadernos de vacaciones y 300 estuches de lápices de colores. Para ello ha preparado dos lotes de esos productos a precios especiales. Los lotes de tipo A contienen 2 cuadernos y 2 estuches; los lotes de tipo B contienen 3 cuadernos y 1 estuche. No es posible vender más de 100 lotes de tipo B. Cada lote de tipo A se vende a 35 € y cada lote de tipo B a 45 €. Calcule cuántos lotes de cada tipo debe vender la papelería para conseguir el máximo valor de ventas. ¿A cuánto asciende dicho valor?

4. **(2022-R4-A-1)** (2.5 puntos) Una fábrica de juguetes educativos produce juegos de ajedrez y dominó. Para fabricar un ajedrez se necesitan 2 kg de madera y 4 horas de trabajo, mientras que para fabricar un dominó se necesita 1 kg de madera y 1 hora de trabajo. Para que la producción sea rentable hay que hacer al día al menos 3 juegos y emplear como máximo 7 kg de madera y 9 horas de trabajo. Cada ajedrez se vende por 40 € y cada dominó por 15 €. ¿Cuántos juegos de ajedrez y dominó deben fabricarse diariamente para que la ganancia obtenida sea máxima? ¿Cuál será esa ganancia?

5. **(2021-M6-A-1)** (2.5 puntos) Un laboratorio farmacéutico tiene una línea de producción con dos medicamentos A y B, con marca comercial y genérico respectivamente, de los cuales, entre los dos como máximo puede fabricar 10 unidades a la hora. Desde el punto de vista del rendimiento, se han de producir al menos 4 unidades por hora entre los dos y por motivos de política sanitaria, la producción de A ha de ser como mucho 2 unidades más que la de B.
Cada unidad de tipo A que vende le produce un beneficio de 60 euros, mientras que cada unidad de tipo B le produce un beneficio de 25 euros. Si se vende todo lo que se produce, determine las unidades de cada medicamento que deberá fabricar por hora para maximizar su beneficio y obtenga el valor de dicho beneficio.

6. **(2021-M2;Jun-A-1)** (2.5 puntos) Una empresa de recambios industriales produce dos tipos de baterías, A y B. Su producción semanal debe ser al menos 10 baterías en total y el número de baterías del tipo B no puede superar en más de 10 unidades a las fabricadas de tipo A. Cada batería de tipo A tiene unos gastos de producción de 150 euros y cada batería de tipo B de 100 euros, disponiendo de un máximo de 6000 euros a la semana para el coste total de producción.
Si la empresa vende todo lo que produce y cada batería de tipo A genera un beneficio de 130 euros y la de tipo B de 140 euros, ¿cuántas baterías de cada tipo tendrán que producir a la semana para que el beneficio total sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

7. **(2021-M4-A-1)** Se consideran las siguientes ecuaciones:
$$5x-3y\geq -9 \qquad x+y\leq 11 \qquad 6x+y\leq 36 \qquad x+2y\geq 6$$
   a) (1.5 puntos) Represente la región factible definida por las inecuaciones anteriores y determine sus vértices.
   b) (0.25 puntos) ¿Pertenece el punto $(5, 7)$ a la región factible anterior?

c) (0.75 puntos) Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y)=10x-6y$ en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

8. **(2021-M5;Jul-A-1)** Se consideran las siguientes inecuaciones:

$$5x-4y\le -19 \qquad 3x-4y\le -13 \qquad x\ge -7 \qquad -x-y\ge 2$$

a) (1.5 puntos) Represente la región factible definida por las inecuaciones anteriores y determine sus vértices.

b) (0.5 puntos) ¿Cuáles son los puntos en los que se alcanzan el mínimo y el máximo de la función $G(x,y)=-\frac{1}{5}x+\frac{5}{2}y$ en la citada región factible? ¿Cuál es su valor?

c) (0.5 puntos) Responda de forma razonada si la función $G(x,y)$ anterior puede alcanzar el valor 47/3 en la región factible hallada.

9. **(2021-M6-A-1)** (2.5 puntos) La Agencia Espacial Europea contará con un presupuesto de 2.4 millones de euros para financiar misiones sobre Observación de la Tierra y para financiar programas de Transporte Espacial.
Cada misión supone una inversión de 200000 euros y cada programa, 100000 euros. Teniendo en cuenta que en la decisión final deben superarse los 2 millones de euros de inversión y el número de misiones debe ser al menos 4, pero no más de la mitad del número de programas, ¿cuántas misiones y cuántos programas se deben llevar a cabo para obtener el máximo de la función $F(x,y)=0.6x+0.4y$, con x misiones e y programas?

10. **(2020-M1;Sept-B-1)**

a) (1.75 puntos) Represente la región factible definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

$$x+2y\le 13 \qquad x-y\le 4 \quad x-2y\ge -7 \qquad x+y\ge 5$$

b) (0.75 puntos) Calcule los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x,y)=x+y$ en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

11. **(2020-M2-A-1)** (2.5 puntos) Con el fin de recaudar dinero para el viaje de fin de curso, los alumnos de un instituto van a poner a la venta dos tipos de bolsas de merienda. El primer tipo contendrá dos bocadillos, un refresco y una pieza de fruta y el segundo tipo tendrá un bocadillo, un refresco y dos piezas de fruta. Por cada bolsa del primer tipo cobrarán 6 euros y por las del segundo tipo 5 euros. Sabiendo que disponen de 120 bocadillos, 70 refrescos y 110 piezas de fruta y que se tiene garantizada la venta de todas las bolsas, ¿cuántas convendría preparar de cada tipo para que la cantidad de dinero obtenida por su venta sea máxima y a cuánto asciende la misma?
¿Es posible que vendan 40 bolsas de cada tipo? ¿Hay alguna posibilidad de que el importe de las ventas sea de 410 euros?

12. **(2020-M3;Jun-B-1)**

a) (1 punto) Una fábrica de electrodomésticos dispone de dos cadenas de montaje. En una hora de trabajo, la cadena A produce 10 lavadoras y 5 frigoríficos, mientras que la cadena B produce 7 lavadoras y 6 frigoríficos. El coste de cada hora de trabajo en las cadenas A y B es de 1200 y 1500 euros, respectivamente. La cadena A puede funcionar, como máximo, el doble de horas que la cadena B. Si deben producir como mínimo 400 lavadoras y 280 frigoríficos, formule, sin resolver, el problema que permite obtener las horas de funcionamiento de las cadenas A y B para minimizar el coste de producción de esos electrodomésticos.

b) (1.5 puntos) Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices:

$$x+2y\ge 7 \qquad 4x-y\ge 1 \qquad 2x-y\le 4 \qquad 3x+2y\le 20 \qquad x\ge 0 \qquad y\ge 0$$

Obtenga el valor mínimo de la función $F(x,y)=2x+y$ en el recinto anterior, así como el punto en el que se alcanza.

13. **(2020-M5-A-1)** (2.5 puntos) Una confitería elabora dos tipos de tartas, unas de chocolate y otras de merengue y chocolate. Para ello dispone de 100 kg de bizcocho, 80 kg de crema de chocolate y 46 kg de merengue. Para elaborar una tarta de chocolate, se requieren 1 kg de bizcocho y 2 kg de crema de chocolate y para la tarta de chocolate y merengue se requieren 2 kg de bizcocho, 1 kg de crema de chocolate y 1 kg de merengue. Por cada tarta de chocolate se obtiene un beneficio de 10 euros y de 12 euros por cada una de merengue y chocolate. Suponiendo que se vende todo lo que se elabora, ¿cuántas tartas de cada tipo debe preparar para obtener un beneficio máximo? ¿Cuál es dicho beneficio?

14. **(2020-M6-B-1)** Se considera la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$$x+y\le 4 \qquad x-y\ge -2 \qquad x+3y\ge 2 \qquad y\le 2$$

a) (1.5 puntos) Represéntela gráficamente y determine sus vértices.
b) (0.25 puntos) Indique razonadamente si el punto $(4,-0.75)$ pertenece a dicha región.
c) (0.75 puntos) ¿En qué puntos de la región anterior la función $F(x,y)=x+y$ alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son estos valores.

15. **(2019-M1;Jun-A-1)** (2.5 puntos) Una empresa textil quiere fabricar dos tipos de camisetas, lisas y estampadas. Para fabricar una camiseta lisa necesita 70 g de algodón y 20 g de poliéster y para cada camiseta estampada 60 g de algodón y 10 g de poliéster. La empresa dispone para ello de 4200 g de algodón y 800 g de poliéster. Para que sea rentable debe fabricar al menos 10 estampadas y además, el doble de las estampadas debe ser al menos igual al número de lisas. Sabiendo que cada camiseta lisa da un beneficio de 5 euros y cada estampada de 4 euros, ¿cuántas camisetas de cada tipo debería fabricar para obtener el máximo beneficio? ¿Cuál es ese beneficio?

16. **(2019-M3-A-1)**

a) (1 punto) Dado recinto cuadrado de vértices $(1,0)$, $(0,1)$, $(-1,0)$ y $(0,-1)$. Indique en qué puntos del recinto se alcanzan el valor máximo de la función $F(x,y)=3x+2y+7$ y el valor mínimo de la función $G(x,y)=x+y+6$, calculando dichos valores.

17. **(2019-M4;Sept-B-1)** Una empresa comercializa dos tipos de concentrado de café, A y B, que se obtienen a partir de tres tipos de grano: de Colombia, de Etiopía y de Costa Rica. Para elaborar 1 kg de concentrado A se necesitan 4.5 kg de grano de Colombia y 3 kg de grano de Etiopía. Por otra parte, se requieren 7.5 kg de grano de Colombia y 1.5 kg de grano de Costa Rica para elaborar 1 kg de concentrado B. Actualmente la empresa dispone de un máximo de 67.5 kg de grano de Colombia, 30 kg de grano de Etiopía y 9 kg de grano de Costa Rica. Además, se exige que el número de kilogramos de concentrado A producidos debe ser mayor o igual que la mitad de los kilogramos de concentrado B.

a) (1.75 puntos) Represente la región factible que describe el problema anterior y determine sus vértices.
b) (0.25 puntos) Indique de manera razonada si con las condiciones dadas sería posible producir 7 kg del concentrado A y 5 kg del concentrado B.
c) (0.5 puntos) Sabiendo que el beneficio obtenido por la venta de cada kilogramo de concentrado del tipo A es 2 euros y de cada kilogramo del tipo B es 4 euros, ¿cuántos kilogramos del tipo A y cuántos del tipo B se habrán de producir para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

18.(2018-M2-A-1) Se considera la región definida por las siguientes inecuaciones:

$$2x-y\ge 2 \qquad -x+2y\le 2 \qquad 3x+y\le 15 \qquad y\ge 0$$

a) (1.8 puntos) Represéntala gráficamente y determine sus vértices.
b) (0.2 puntos) Indique razonadamente si el punto $(3,3)$ pertenece a dicha región.

c) (0.5 puntos) ¿En qué puntos de la región anterior la función $F(x,y)=3x-2y$ alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son éstos?

19. **(2018-M3-A-1)** (2.5 puntos) La capacidad máxima de trabajo de un taller que se dedica a la confección de pañuelos y corbatas es de 60 horas semanales. Cada pañuelo que confecciona le supone 2 horas de trabajo y le reporta un beneficio de 4 euros. En el caso de las corbatas son 3 horas y 6 euros respectivamente por unidad. Contrae el compromiso de que el número de corbatas confeccionadas más el doble del número de pañuelos debe ser, como mínimo, 28.
Con estas condiciones, ¿cuántas unidades de cada tipo de prenda debe confeccionar para obtener un beneficio económico máximo?

20. **(2018-M6-A-1)** (2.5 puntos) Una joyería elabora dos tipos de collares a partir de perlas blancas, grises y negras. Para un collar del tipo A hacen falta 20 perlas blancas, 20 grises y 30 negras, mientras que para un collar del tipo B, 10 perlas blancas, 20 grises y 60 negras. Se dispone de un máximo de 900 perlas blancas y 1400 grises, mientras que es necesario que se utilicen al menos 1800 perlas negras.
Sabiendo que cada collar del tipo A le supone a la joyería un beneficio de 600 euros y cada collar del tipo B, 500 euros, calcule cuál debe ser la producción para obtener el máximo beneficio, así como a cuánto asciende el mismo. ¿Es posible fabricar 40 collares del tipo A y 20 del tipo B?

21. **(2011-M3-B-1)** Se considera el recinto R del plano determinado por las siguientes inecuaciones: $13x+8y\le 600$; $3(x-2)\ge 2(y-3)$; $x-4y\le 0$.

a) (1.75 punto) Represente gráficamente el recinto R y calcule sus vértices.

b) (0.75 puntos) Calcule el valor máximo en dicho recinto de la función $F(x,y)=65x+40y$, indicando dónde se alcanza.

22. **(2009-M1-B-1)** En un examen de Matemáticas se propone el siguiente problema:
"Indique dónde se alcanza el mínimo de la función $F(x,y)=6x+3y-2$ en la región determinada por las restricciones $2x+y\ge 6$; $2x+5y\le 30$; $2x-y\le 6$."

a) (2.5 puntos) Resuelva el problema.

b) (0.5 puntos) Ana responde que se alcanza en $(1,4)$ y Benito que lo hace en $(3,0)$. ¿Es cierto que el mínimo se alcanza en $(1,4)$? ¿Es cierto que se alcanza en $(3,0)$?

23. **(2006-M5-A-1)** Sea la región definida por las siguientes inecuaciones:

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}\ge 1\,;\ -x+2y\ge 0\,;\ y\le 2\,.$$

a) (2 puntos) Represente gráficamente dicha región y calcule sus vértices.

b) (1 punto) Determine en qué puntos la función $F(x,y)=3x-6y+4$ alcanza sus valores extremos y cuáles son éstos.

24. **(2003-M4-A-1)** (3 puntos) Una empresa fabrica sofás de dos tipos, A y B, por los que obtiene un beneficio, por unidad, de 1500 y 2000 euros, respectivamente. Al menos se deben fabricar 6 sofás del tipo A y 10 del tipo B, por semana, y además, el número de los del tipo A no debe superar en más de 6 unidades al número de los del B.
¿Cuántas unidades de cada tipo se deben fabricar semanalmente para obtener beneficio máximo, si no se pueden fabricar más de 30 sofás semanalmente?

25. **(2003-M6-A-1)** (3 puntos) Una piscifactoría vende gambas y langostinos a 10 y 15 euros el kg, respectivamente. La producción máxima mensual es de una tonelada de cada producto y la producción mínima mensual es de 100 kg de cada uno.
Si la producción total es, a lo sumo, de 1700 kg al mes, ¿cuál es la producción que maximiza los ingresos mensuales? Calcule estos ingresos máximos.

PROGRAMACIÓN LINEAL. REGIONES NO ACOTADAS

26. **(2022-Jul-A-2)** Se considera el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$y-2x\leq 7;\quad -x+3y\leq 21;\quad x+2y\leq 19;\quad x+y\leq 14$$

a) (1.4 puntos) Represente dicho recinto y determine sus vértices.

b) (0.6 puntos) Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y)=x+4y$ en el recinto anterior, así como los puntos donde se alcanzan.

c) (0.5 puntos) ¿Podría tomar la función objetivo F el valor 40 en algún punto de la región factible? ¿Y el valor 20? Justifique las respuestas.

27. **(2019-M6-A-1)** (2.5 puntos) Se quiere elaborar dos suplementos alimenticios UNAL y DOSAL con idea de completar la dieta de ciertos individuos. Cada comprimido de UNAL aporta 5 unidades de calcio, 5 de proteínas y 1 caloría y tiene un coste de 0.6 euros, mientras que un comprimido de DOSAL aporta 2 unidades de calcio, 5 de proteínas y 3 calorías, siendo su coste de 1 euro. Sabiendo que los mínimos diarios requeridos son 10 unidades de calcio, 20 de proteínas y 6 calorías, encuentre la combinación de comprimidos de los dos suplementos que satisfacen las necesidades diarias con el menor coste.

28. **(2019-M5-A-1)** Una granja elabora una dieta mezclando dos tipos de pienso A y B. El pienso A aporta 2 unidades de Calcio y 1 de Hierro por cada kilogramo, mientras que el B aporta 1 de Calcio y 2 de Hierro. El coste por kilogramo tanto del pienso A como del pienso B es 1 euro por kilogramo. La dieta deberá aportar al menos 2 unidades de Calcio y 2 de Hierro.

Determine los kilogramos que se han de mezclar de cada tipo de pienso para que el coste de la dieta sea mínimo. ¿Cuál sería dicho coste? ¿Cuántas unidades de Hierro y de Calcio se administrarán a los animales con esta dieta?

29. Una librería necesita al menos 14 cajas de rotuladores, 8 cajas de folios y 18 cajas de bolígrafos. Dos distribuidores pueden proporcionarle los materiales, pero solamente los venden en lotes completos. El distribuidor A envía en cada lote 2 cajas de rotuladores, 4 de folios y 1 de bolígrafos. El distribuidor B envía en cada lote 3 cajas de rotuladores, 1 de folios y 7 de bolígrafos. Los costes por lote que se compre a cada distribuidor son de 60 euros y 65 euros respectivamente. ¿Cuántos lotes habrá que comprar a cada distribuidor para que los costes sean mínimos?, ¿cuáles serán esos costes?

30. Una agencia de viajes quiere reservar una serie de camarotes para un crucero. Sus previsiones de venta son de al menos 8 camarotes individuales, 10 camarotes dobles y 8 triples. Actualmente hay dos navieras que le ofrecen sendas ofertas por paquetes. La naviera A le ofrece comprar paquetes formados por 3 camarotes individuales, 2 dobles y 2 triples a 7 800 euros el paquete. La naviera B ofrece paquetes a 8 000 euros, formados por 2 camarotes individuales, 3 dobles y 2 triples.

Cuántos paquetes habrá que comprar a cada naviera para que la agencia de viajes tenga un coste mínimo? ¿A cuánto asciende dicho coste?