

EJERCICIOS ANÁLISIS DE FUNCIONES UNIDAD 5

1. (2023-R2-B-4) La temperatura en el interior de un equipo de refrigeración durante un día que sufrió un corte de energía viene dada por la función f expresada en grados centígrados y el tiempo t en horas:

$$f(t) = \begin{cases} -9 & \text{si } 0 \leq t \leq 1 \\ -t^2 + 12t - 20 & \text{si } 1 < t < 11 \\ -9 & \text{si } 11 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

- (0.75 puntos) Estudie la continuidad de f .
 - (0.75 puntos) Represente gráficamente la función f .
 - (0.5 puntos) Conteste razonadamente a qué hora se produjo el corte de energía y cuánto duró dicho corte.
 - (0.5 puntos) El equipo de refrigeración se utiliza para conservar sueros y vacunas. Los sueros se estropean si se alcanzan temperaturas de 20°C en algún momento. Las vacunas se estropean si están por encima de 0°C durante más de seis horas. Razone si alguno de esos productos se estropeó ese día.
2. (2023-R4-B-4) La función $B(t) = -t^2 + 21t - 20$ con $0 \leq t \leq 15$ representa el beneficio, en miles de euros, de una empresa en función de los años, t .
- (0.5 puntos) Si la función $I(t) = -t^2 + 48t$ representa los ingresos de esta empresa, en miles de euros, para el mismo intervalo de tiempo, ¿cuál es la función de gastos de dicha empresa? ¿Cuáles son los gastos iniciales?
 - (0.5 puntos) Calcule el momento a partir del cual el beneficio fue positivo.
 - (0.75 puntos) Calcule en qué momento el beneficio fue máximo y el valor del mismo.
 - (0.75 puntos) Represente gráficamente la función beneficio.

3. (2023-Jul-B-4) Sea la función $f(t) = \frac{12t - 24}{t + 3}$; $t \geq 0$.

- (1.5 puntos) Represente gráficamente la función f , determinando los puntos de corte con los ejes y las ecuaciones de las asíntotas, y estudiando la monotonía y curvatura de f .
 - Si la función f representa los beneficios de una empresa, en millones de euros, donde t indica los años de vida de la empresa:
 - (0.5 puntos) ¿A partir de qué año la empresa deja de tener pérdidas? Justifique la respuesta.
 - (0.5 puntos) A medida que pasan los años, ¿están limitados los beneficios? En caso afirmativo, ¿cuál es su límite y por qué?
4. (2022-Jul-B-4) El beneficio, en miles de euros, que se obtiene en una pequeña finca familiar por la venta de aceitunas, en miles de kilogramos, viene dado por la siguiente función:
- $$B(x) = -0.02x^2 + 1.3x - 15, \quad x \geq 0$$
- (0.75 puntos) Represente la función beneficio y calcule los puntos de corte con el eje OX .
 - (0.5 puntos) ¿Para qué valores de x la finca no tiene pérdidas?
 - (0.5 puntos) ¿Para qué número de kilogramos el beneficio será máximo? ¿Cuánto vale dicho beneficio?
 - (0.75 puntos) ¿Cuántos kilogramos debe vender para obtener un beneficio de 5000 €?

5. (2022-R1-B-4) Se considera la función $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$

- (1 punto) Determine el dominio de la función y estudie su monotonía y curvatura.
- (1 punto) Calcule las ecuaciones de las asíntotas de f si existen. Calcule los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas.
- (0.5 puntos) Represente la gráfica de la función f .

6. (2022-R2-B-3) Los ingresos (I) y costes (C) de una discoteca, en miles de euros, en función del número de horas diarias que permanece abierta, vienen dados por las funciones:

$$I(x) = x^3 - x; \quad C(x) = x^3 - x^2 + 6,$$

respectivamente. Sabiendo que la licencia del ayuntamiento no permite que este tipo de local permanezca abierto más de 8 horas diarias, halle:

- (0.5 puntos) La función beneficio en función del número de horas diarias que la discoteca permanece abierta.
 - (0.5 puntos) El número de horas que debe permanecer abierta para obtener beneficios.
 - (0.75 puntos) En qué momento se tienen las mayores pérdidas y a cuánto ascienden.
 - (0.75 puntos) El tiempo que debe permanecer abierta para obtener el máximo beneficio y a cuánto asciende.
7. (2022-R4-B-3) Una empresa de fumigación sabe que los beneficios, en miles de euros, que obtiene en función de las hectáreas que le encargan fumigar mensualmente viene dada por la expresión

$$B(x) = -x^2 + 16x - 48$$

Además, por problemas de personal, la empresa no puede fumigar más de 10 hectáreas al mes.

- (0.75 puntos) ¿Cuántas hectáreas tiene que fumigar al mes para que la empresa tenga beneficios?
 - (0.75 puntos) ¿Cuántas hectáreas tiene que fumigar para obtener el máximo beneficio mensual? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?
 - (1 punto) Si un mes ha obtenido un beneficio de 7000 €, ¿cuántas hectáreas ha fumigado?
8. (2019-M4;Sept-A-2) El coste de producción de un bien en una fábrica viene dado por $C(x) = 2(2x - 1)^2 + 1$, con $0 \leq x \leq 2$, donde x es la cantidad producida en millones de kilogramos.
- (1 punto) Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función $C(x)$.
 - (0.75 puntos) Determine la cantidad a producir para que el coste de producción sea mínimo. ¿Cuál es dicho coste?
 - (0.75 puntos) Realice un esbozo de la gráfica de la función $C(x)$.

9. (2018-M1;Jun-A-2) La función de costes de una empresa se puede determinar mediante la expresión

$$f(x) = 40 - 6x + x^2, \text{ para } x \geq 0$$

donde x representa la cantidad producida de un determinado artículo.

- (1 punto) ¿Disminuye el coste alguna vez? Determine la cantidad producida de dicho artículo cuando el coste es mínimo y cuál es dicho coste.
 - (0.8 puntos) ¿Cuál sería el coste si no se produjese nada de ese artículo? Si el coste fuese 80, ¿cuántas serían las unidades producidas?
 - (0.7 puntos) Represente gráficamente la función.
10. (2017-M2-A-2) Una empresa quiere invertir en productos financieros un mínimo de un millón de euros y un máximo de seis millones de euros. La rentabilidad que obtiene viene dada en función de la cantidad invertida, x , por la siguiente expresión:

$$R(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ -x^2 + 10x - 16 & \text{si } 2 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

donde tanto x , como $R(x)$, están expresadas en millones de euros.

- (0.75 puntos) Estudie la continuidad de la función R .
- (0.75 puntos) Esboce la gráfica de la función.
- (1 punto) ¿Qué cantidad debe invertir para obtener la máxima rentabilidad y a cuánto asciende ésta? ¿Para qué valores de x la rentabilidad es positiva?

11. (2017-M3-A-2) El beneficio en euros que obtiene una empresa al vender x unidades de un artículo viene dado por la función $B(x) = -x^2 + 360x - 18000$, $50 \leq x \leq 350$.
- (0.8 puntos) ¿Cuál es el beneficio obtenido si vende 100 unidades? ¿Cuántas unidades debe vender para obtener un beneficio de 13500 €?
 - (1 punto) ¿Cuál es el número de unidades que debe vender para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende ese beneficio?
 - (0.7 puntos) Represente gráficamente la función y determine cuántas unidades hay que vender para no obtener pérdidas.

12. (2017-M5;Jun-A-2) Sea $f(t)$ el porcentaje de ocupación de un determinado complejo hotelero en función del tiempo t , medido en meses, transcurrido desde su inauguración:

$$f(t) = \begin{cases} -\frac{5}{2}t^2 + 20t & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{90t - 240}{t + 4} & \text{si } t > 6 \end{cases}$$

- (0.5 puntos) ¿Evoluciona la función f de forma continua?
 - (0.5 puntos) ¿Cuál sería el porcentaje de ocupación al finalizar el segundo año?
 - (1 punto) ¿En qué momentos el porcentaje de ocupación sería del 40%?
 - (0.5 puntos) ¿Llegaría en algún momento a estar completo en caso de que estuviese abierto indefinidamente?
13. (2015-M4;Jun-A-2) (2016-M2-A-2) Halle el dominio, las asíntotas y los puntos de corte con los ejes de: $p(x) = \frac{7x}{3x - 12}$, $h(x) = \frac{3x + 6}{2x + 1}$

14. (2012-M4;Jun-B-2) Se estima que el beneficio de una empresa, en millones de euros, para los próximos 10 años viene dado por la función $B(t) = \begin{cases} at - t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ 2t & \text{si } 6 < t \leq 10 \end{cases}$, siendo t el

tiempo transcurrido en años.

- (0.75 puntos) Calcule el valor del parámetro a para que B sea una función continua.
 - (1 punto) Para $a = 8$ represente su gráfica e indique en qué períodos de tiempo la función crecerá o decrecerá.
 - (0.75 puntos) Para $a = 8$ indique en qué momento se obtiene el máximo beneficio en los primeros 6 años y a cuánto asciende su valor.
15. (2012-M5-A-2) a) (0.75 puntos) Para la función f definida de la forma $f(x) = \frac{ax}{x + b}$, determine, razonadamente, los valores de a y b sabiendo que tiene como asíntota vertical la recta de ecuación $x = -2$ y como asíntota horizontal la de ecuación $y = 3$.

16. (2006-M1-A-2) Sean las funciones $f(x) = x^2 - 4x + 6$ y $g(x) = 2x - x^2$.

- (2 puntos) Determine, para cada una de ellas, los puntos de corte con los ejes, el vértice y la curvatura. Representélas gráficamente.
- (1 punto) Determine el valor de x para el que se hace mínima la función $h(x) = f(x) - g(x)$.

17. (2004-M5;Jun-A-2) La temperatura T , en grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo t , en horas, por la expresión:

$$T(t) = 40t - 10t^2 \text{ con } 0 \leq t \leq 4.$$

- (1.5 puntos) Represente gráficamente la función T y determine la temperatura máxima que alcanza la pieza.
- (1.5 puntos) ¿Qué temperatura tendrá la pieza transcurrida 1 hora? ¿Volverá a tener esa misma temperatura en algún otro instante?