EJERCICIOS BLOQUE I: ANÁLISIS DE FUNCIONES (DERIVACIÓN)

1. **(2001-M1-A-2)** Sea f la función definida para $x \neq 1$ por $f(x) = \dfrac{2x^2}{x-1}$.

a) (1 punto) Determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f.

c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

2. **(2001-M1-B-2)** (2.5 puntos) Calcula $\lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{1}{Ln\,x} \right)$

3. **(2001-M2;Jun-A-1)** Sea $f : \Re \to \Re$ la función dada por $f(x) = \left| 8 - x^2 \right|$.

a) (1 punto) Esboza la gráfica y halla los extremos relativos de f (dónde se alcanzan y cuáles son sus respectivos valores).

b) (1.5 puntos) Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con la recta tangente a la misma en el punto de abscisa $x = -2$.

4. **(2001-M3-A-1)** (2.5 puntos) Calcula $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\left(e^x - 1\right) sen\, x}{x^3 - x^2}$

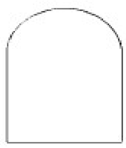
5. **(2001-M4-A-1)**

a) (1.25 puntos) Determina el valor de las constantes a y b sabiendo que la gráfica de la función $f : \Re \to \Re$ definida por $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & si \quad x \leq 0 \\ ax + b & si \quad x > 0 \end{cases}$ admite recta tangente en el punto $(0,1)$.

b) (1.25 puntos) ¿Existen constantes c y d para las cuales la gráfica de la función $g : \Re \to \Re$ definida por $g(x) = \begin{cases} e^{-x} & si \quad x \leq 0 \\ cx^2 + d & si \quad x > 0 \end{cases}$ admita recta tangente en el punto $(0,1)$? Justifica la respuesta.

6. **(2001-M4-A-2)** Calcula: a) (1.25 puntos) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$ b) (1.25 puntos) $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 e^{-3x}$

7. **(2001-M4-B-2)** (2.5 puntos) Determina las dimensiones de una puerta formada por un rectángulo y un semicírculo (como en la figura), sabiendo que es la que tiene perímetro mínimo entre las que tienen área igual a $2\ m^2$.



8. **(2001-M5-A-2)** (2.5 puntos) Un hilo de alambre de $1\,m.$ de longitud se corta en dos trozos formando con uno de ellos una circunferencia y con el otro un cuadrado. Prueba que la suma de las áreas es mínima cuando el lado del cuadrado es el doble que el radio de la circunferencia.

9. **(2001-M5-B-2)** (2.5 puntos) Considera la función $f : [0,3] \to \Re$ definida por $f(x) = 3x - 2$. Calcula el punto de la gráfica de f más cercano al punto $(2,6)$ y calcula también el más alejado.

10. **(2001-M6;Sept-A-1)** Considera la función $f : (-\infty, 10) \to \Re$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} a^x - 6 & si \quad x < 2 \\ |x - 5| & si \quad 2 \leq x < 10 \end{cases}$$

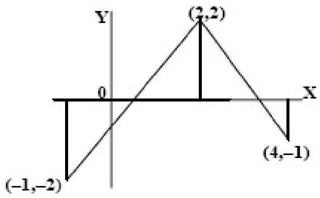
a) (1 punto) Determina el valor de a sabiendo que f es continua (y que $a > 0$).

b) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

c) (1 punto) Estudia la derivabilidad de f.

11. (2001-M6;Sept-B-2) (2.5 puntos) Determina α sabiendo que existe y es finito el límite $\underset{x\to 0}{lím}\dfrac{e^x-e^{-x}+\alpha x}{x-sen\,x}$. Calcula dicho límite.

12. (2002-M1-A-2) Sea $f:[-1,4]\to\Re$ una función cuya derivada tiene por gráfica la de la figura.



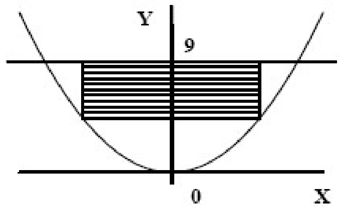
a) (1.5 puntos) Estudia el crecimiento y el decrecimiento de f y determina los valores donde alcanza sus extremos relativos.

b) (1 punto) Estudia la concavidad y la convexidad de f. ¿Tiene puntos de inflexión la gráfica de f?

13. (2002-M1-B-1) (2.5 puntos) Determina el valor de las constantes c y d sabiendo que la gráfica de la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x)=x^3+3x^2+cx+d$ tiene como recta tangente en su punto de inflexión a la recta $y=3x+4$.

14. (2002-M2-B-1) (2.5 puntos) Considera el recinto limitado por la curva $y=\dfrac{1}{3}x^2$ y la recta $y=9$.

De entre los rectángulos situados como el de la figura, determina el que tiene área máxima.



15. (2002-M3;Sept-A-2) Considera la función f definida por $f(x)=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$ para $x\neq 1$.

a) (1.5 puntos) Calcula las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1 punto) Estudia la posición de la gráfica de f respecto de sus asíntotas.

16. (2002-M3;Sept-B-1) (2.5 puntos) Estudia la derivabilidad de la función $f:(0,+\infty)\to\Re$ definida por $f(x)=\begin{cases}\sqrt{3+x^2}-x & si \quad 0<x\leq 1\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{x^2}{4} & si \quad x>1\end{cases}$. Calcula la función derivada.

17. (2002-M4;Jun-A-1) Considera la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x)=e^{\frac{2x}{x^2+1}}$.

a) (1 punto) Calcula las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1.5 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valor que alcanzan).

18. (2002-M4;Jun-B-1) Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{9x-3}{x^2-2x}$ para $x\neq 0$ y $x\neq 2$.

a) (1 punto) Calcula las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

c) (0.5 puntos) Con los datos obtenidos, esboza la gráfica de f.

19. (2002-M5-A-2) (2.5 puntos) Considera la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x)=\begin{cases}3ax+b & si \quad x\leq 0\\ e^{x(ax+b)} & si \quad x>0\end{cases}$.

Determina a y b sabiendo que f es derivable.

20. (2002-M5-B-1) Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=x^3-5x^2+5x+3$ y sea r la recta de ecuación $2x+y=6$.

a) (1.5 puntos) Determina, si es posible, un punto de la gráfica de f en el que la recta tangente sea r.

b) (1 punto) ¿Hay algún punto de la gráfica de f en el que la recta normal a la gráfica sea r? Justifica la respuesta.

21. (2002-M5-B-2) Considera la curva de ecuación $y = \dfrac{x^3 + 2x}{x^2 - 2x - 3}$.

a) (1.5 puntos) Determina sus asíntotas.
b) (1 punto) ¿Corta la curva a alguna de sus asíntotas en algún punto? Justifica la respuesta.

22. (2002-M6-A-1) (2.5 puntos) De entre todas las rectas que pasan por el origen de coordenadas, determina las que son tangentes a la curva de ecuación $y = \frac{1}{4}x^2 + 4x + 4$. Calcula los puntos de tangencia correspondientes.

23. (2002-M6-A-2) Considera la función $f : \Re \to \Re$ definida por $f(x) = x^2 e^{x/2}$.

a) (1 punto) Calcula $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
b) (1.5 puntos) Calcula los intervalos de monotonía y los extremos locales de f (puntos donde se obtienen y valor que alcanzan).

24. (2002-M6-B-1) (2.5 puntos) Estudia la derivabilidad de la función $f : \Re \to \Re$ definida por

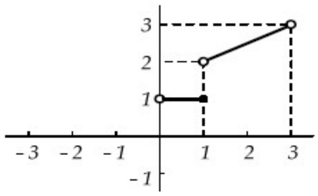
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{sen\, x}{x} & si \quad x > 0 \\ 1 & si \quad x \leq 0 \end{cases}$$

25. (2003-M1;Sept-A-1) (2.5 puntos) Calcula $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{Ln(1+x) - senx}{x \cdot senx}$

26. (2003-M1;Sept-B-2) (2.5 puntos) Estudia la derivabilidad de la función $f : \Re \to \Re$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1 - |x|} & si \quad x \neq -1 \;\; y \;\; x \neq 1 \\ 0 & si \quad x = -1 \;\; ó \;\; x = 1 \end{cases}$$

27. (2003-M2-A-1) En la figura adjunta puedes ver representada parte de la gráfica de una función f que está definida en el intervalo $(-3,3)$ y que es simétrica respecto al origen de coordenadas.



a) (0.75 puntos) Razona cuál debe ser el valor de $f(0)$.
b) (0.75 puntos) Completa la gráfica de f.
c) (1 punto) Halla $f'(x)$ para los $x \in (-3,3)$ en los que dicha derivada exista.

28. (2003-M2-B-1) (2.5 puntos) Se sabe que $f : \Re \to \Re$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ es tal que $f(0) = 4$ y que su gráfica tiene un punto de inflexión en $(1,2)$. Conociendo además que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$ es horizontal, calcula a, b, c y d.

29. (2003-M3-A-1) (2.5 puntos) Se sabe que la función $f : \Re \to \Re$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un punto de derivada nula en $x = 1$ que no es extremo relativo y que $f(1) = 1$. Calcula a, b y c.

30. (2003-M3-B-2) Sea $f : \Re \to \Re$ la función continua definida por $f(x) = \begin{cases} |2 - x| & si \quad x < a \\ x^2 - 5x + 7 & si \quad x \geq a \end{cases}$ donde a es un número real.

a) (0.5 puntos) Determina a.
b) (2 puntos) Halla la función derivada de f.

31. (2003-M4;Jun-B-2) Considera la función $f:\Re \to \Re$ definida por $f(x)=(x+3)e^{-x}$.

a) (0.5 puntos) Halla las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1.5 puntos) Determina los extremos relativos de f y los puntos de inflexión de su gráfica.

c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

32. (2003-M5-A-1) Sea la función $f:\Re \to \Re$ definida por $f(x)=\begin{cases} x^2+3 & si \quad x\le 1 \\ 2-x^2 & si \quad x>1 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Calcula, si es posible, las derivadas laterales de f en $x=1$.

b) (1.25 puntos) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f.

33. (2003-M5-B-2) Considera la función f definida para $x\neq -2$ por $f(x)=\dfrac{2x^2+2}{x+2}$.

a) (1.25 puntos) Halla las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1.25 puntos) Estudia la posición relativa de la gráfica de f respecto de sus asíntotas.

34. (2003-M6-A-2) Dada la función f definida para $x\neq -1$ por $f(x)=\dfrac{x^3}{(1+x)^2}$, determina:

a) (1.5 puntos) Las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1 punto) Los puntos de corte, si existen, de dicha gráfica con sus asíntotas.

35. (2003-M6-B-1) (2.5 puntos) De entre todos los rectángulos que tienen uno de sus vértices en el origen de coordenadas, el opuesto de este vértice en la curva $y=\dfrac{2x^2}{x^2-1}$ $(x>1)$, uno de sus lados situado sobre el semieje positivo de abscisas y otro lado sobre el semieje positivo de ordenadas, halla el que tiene área mínima.

36. (2004-M1-A-1) Sea $f:\Re \to \Re$ la función definida por $f(x)=x^2\,e^{-x^2}$.

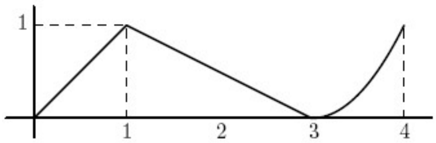
a) (0.75 puntos) Halla las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1.25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

37. (2004-M2;Sept-A-1) (2.5 puntos) Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada con una capacidad de $80\ cm^3$. Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta $1€/cm^2$ y para la base se emplea un material un 50% más caro. Halla las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo.

38. (2004-M2;Sept-B-1) De una función $f:[0,4]\to\Re$ se sabe que $f(1)=3$ y que la gráfica de su función derivada es la que aparece en el dibujo.



a) (0.5 puntos) Halle la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. ¿En qué punto alcanza la función f su máximo absoluto?

c) (1 punto) Estudia la concavidad y la convexidad de f.

39. (2004-M3-A-2) Se sabe que la función $f:(-1,1)\to\Re$ definida por

$$f(x)=\begin{cases}2x^2-\dfrac{1}{2}x+c & si \quad -1<x<0\\ \sqrt{1-x} & si \quad 0\le x<1\end{cases}$$ es derivable en el intervalo $(-1,1)$.

a) (1 punto) Determina el valor de la constante c.
b) (0.5 puntos) Calcula la función derivada f'.
c) (1 punto) Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de f que son paralelas a la recta de ecuación $y=-x$.

40. (2004-M3-B-1) Sea $f:[0,2\pi]\to\Re$ la función definida por $f(x)=e^x(\cos x+sen\,x)$.

a) (1.25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
b) (1.25 puntos) Halla los extremos relativos (locales) y absolutos (globales) de f.

41. (2004-M4-A-2)

a) (1 punto) Halla la ecuación de la recta tangente a la parábola $y=x^2$ que es paralela a la recta $-4x+y+3=0$.
b) (1.5 puntos) Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola $y=x^2$ que pasan por el punto $(2,0)$.

42. (2004-M4-B-2) (2.5 puntos) Se quiere fabricar una caja abierta de chapa con base cuadrada y con $32\,l.$ de capacidad. Halla las dimensiones de la caja que precisa la menor cantidad de chapa.

43. (2004-M5-A-1) Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=2-x|x|$.

a) (0.75 puntos) Esboza la gráfica de f.
b) (1 punto) Estudia la derivabilidad de f en $x=0$.
c) (0.75 puntos) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$.

44. (2004-M5-B-1) (2.5 puntos) Se sabe que $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{e^x-1}-\dfrac{a}{2x}\right)$ es finito. Determina el valor de a y calcula el límite.

45. (2004-M6;Jun-A-2) Considera la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x)=(x+1)(x-1)(x-2)$

a) (1 punto) Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.
b) (1.5 puntos) Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f. ¿Tiene puntos de inflexión la gráfica de f?

46. (2004-M6;Jun-B-1) Se sabe que la función $f:(-1,+\infty)\to\Re$ definida por

$$f(x)=\begin{cases}x^2-4x+3 & si \quad -1<x<0\\ \dfrac{x^2+a}{x+1} & si \quad x\ge 0\end{cases}$$ es continua en $(-1,+\infty)$.

a) (1.25 puntos) Halla el valor de a. ¿Es derivable en $x=0$?
b) (1.25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

47. (2005-M1;Jun-A-1) (2.5 puntos) De la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ se sabe que tiene un máximo en $x=-1$, y que su gráfica corta al eje OX en el punto de abscisa $x=-2$ y tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa $x=0$. Calcula a,b,c y d sabiendo, además, que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$ tiene pendiente 9.

48. (2005-M1;Jun-B-1) Sea f la función definida para $x \neq 0$ por $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$.

a) (1 punto) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

49. (2005-M2-A-1) Sea f la función definida para $x \neq 1$ por $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$.

a) (0.5 puntos) Halla las asíntotas de la gráfica de f.

b) (0.75 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

c) (0.75 puntos) Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f.

d) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

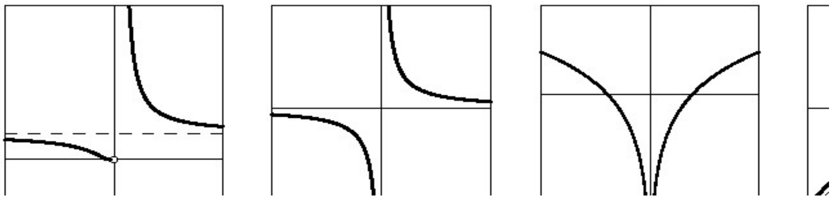
50. (2005-M2-B-1) (2.5 puntos) Determina los puntos de la parábola de ecuación $y=5-x^2$ que están más próximos al origen de coordenadas. Calcula la distancia entre los puntos obtenidos y el origen de coordenadas.

51. (2005-M3-A-1) (2.5 puntos) Se sabe que $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\alpha\, sen\, x}{x^2}$ es finito. Determina el valor de α y calcula el límite.

52. (2005-M3-B-1) Considera las tres funciones cuyas expresiones respectivas vienen dadas, para $x \neq 0$, por $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$, $g(x)=e^{1/x}$ y $h(x)=Ln|x|$.

a) (1.75 puntos) Halla las ecuaciones de las asíntotas de las gráficas de f, g y h.

b) (0.75 puntos) Identifica, entre las que siguen, la gráfica de cada función, justificando la respuesta.



53. (2005-M4-A-1) Sea $f:\Re \to \Re$ la función definida por $f(x)=\dfrac{5x+8}{x^2+x+1}$.

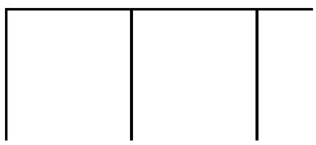
a) (0.5 puntos) Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes coordenados.

b) (0.5 puntos) Halla las asíntotas de la gráfica de f.

c) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

d) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

54. (2005-M4-B-1) (2.5 puntos) De un terreno se desea vender un solar rectangular de 12800 m^2 dividido en tres parcelas iguales como las que aparecen en el dibujo. Si se quieren vallar las lindes de las tres parcelas (los bordes y las separaciones de las parcelas), determina las dimensiones del solar para que la longitud de la valla utilizada sea mínima.



55. (2005-M5-A-2) Sea f la función definida para $x \neq 2$ por $f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{x-2}$.

a) (1 punto) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) (0.75 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
c) (0.75 puntos) Calcula, si existen, el máximo y el mínimo absolutos de f en el intervalo $[0,2)$ (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

56. (2005-M5-B-1) De la función $f:(0,+\infty)\to\Re$ definida por $f(x)=\dfrac{a x^2+b}{x}$ se sabe que la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x=1$ viene dada por $y=-2$.
a) (1.5 puntos) Calcula a y b.
b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

57. (2005-M6;Sept-A-2) Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=(x-1)^2 e^{-x}$.
a) (0.5 puntos) Halla las asíntotas de la gráfica de f.
b) (1.5 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula, si existen, sus extremos relativos o locales y sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

58. (2005-M6;Sept-B-1) De una función $f:[0,5]\to\Re$ se sabe que $f(3)=6$ y que su función derivada está dada por $f'(x)=\begin{cases} 5x-2 & si \quad 0<x<1 \\ x^2-6x+8 & si \quad 1\le x<5 \end{cases}$
a) (1 punto) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=3$.
b) (1.5 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

59. (2006-M1-A-1) Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=Ln(x^2+1)$.
a) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función f (puntos donde se alcanzan y valor de la función).
b) (1.5 puntos) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de inflexión de abscisa negativa.

60. (2006-M1-B-1) (2.5 puntos) Calcula $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{Ln\,x}-\dfrac{1}{x-1}\right)$

61. (2006-M2; Sept-A-1) Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=x^2-|x|$.
a) (0.75 puntos) Estudia la derivabilidad de f.
b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.
c) (0.75 puntos) Calcula los extremos relativos de f (puntos donde se alcanzan y valor de la función).

62. (2006-M2;Sept-B-1) (2.5 puntos) Un alambre de longitud 1 metro se divide en dos trozos, con uno se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia. Calcula las longitudes de los dos trozos para que la suma de las áreas de ambos recintos sea mínima.

63. (2006-M3;Jun-A-1) (2.5 puntos) Determina un punto de la curva de ecuación $y=x\,e^{-x^2}$ en el que la pendiente de la recta tangente sea máxima.

64. (2006-M3;Jun-B-1) Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{x^4+3}{x}$, para $x\neq 0$.

a) (0.75 puntos) Halla, si existen, los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de la gráfica de f.
b) (1 punto) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f.
c) (0.75 puntos) Esboza la gráfica de f.

65. (2006-M4-A-1b) (1 punto) Sea $f:\mathfrak{R}\to\mathfrak{R}$ la función dada por $f(x)=x^2+px+q$. Calcula los valores de p y q sabiendo que la función f tiene un extremo en $x=-6$ y su valor en él es -2.

66. (2006-M4-B-1) Sea $f:\mathfrak{R}\to\mathfrak{R}$ la función definida por $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$.
a) (0.75 puntos) Estudia si existen y calcula, cuando sea posible, las asíntotas de la gráfica de f.
b) (1.25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos y los valores que alcanza en ellos la función f.
c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

67. (2006-M5-A-1) (2.5 puntos) Sea $f:(1,+\infty)\to\mathfrak{R}$ la función dada por $f(x)=\dfrac{x(Ln\,x)^2}{(x-1)^2}$. Estudia la existencia de asíntota horizontal para la gráfica de esta función. En caso de que exista, hállala.

68. (2006-M5-B-1) Se sabe que la función $f:[0,5]\to\mathfrak{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} ax+bx^2 & si\ \ 0\le x<2 \\ -4+\sqrt{x-1} & si\ 2\le x\le 5 \end{cases}$$ es derivable en el intervalo $(0,5)$.

a) (1.75 puntos) Calcula las constantes a y b.
b) (0.75 puntos) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$.

69. (2006-M6-A-1) Sea $f:\mathfrak{R}\to\mathfrak{R}$ la función definida por $f(x)=x^3+a\,x^2+b\,x+1$.
a) (1.5 puntos) Determina $a,b\in\mathfrak{R}$ sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(2,2)$ y tiene un punto de inflexión de abscisa $x=0$.
b) (1 punto) Calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de inflexión.

70. (2006-M6-B-1) (2.5 puntos) Se desea construir una lata de conserva en forma de cilindro circular recto que tenga una superficie total de 200 cm^2.Determina el radio de la base y la altura de la lata para que el volumen sea máximo.

71. (2007-M1;Sept-A-1) Sea $f:(0,+\infty)\to\mathfrak{R}$ la función definida por $f(x)=\dfrac{3x+1}{\sqrt{x}}$.
a) (1.5 puntos) Determina los valores de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).
b) (1 punto) Calcula el punto de inflexión de la gráfica de f.

72. (2007-M2;Jun-A-1) (2.5 puntos) Determina dos números reales positivos sabiendo que su suma es 10 y que el producto de sus cuadrados es máximo.

73. (2007-M2;Jun-B-1) (2.5 puntos) Sea $f:\mathfrak{R}\to\mathfrak{R}$ la función definida por $f(x)=2x^3+12x^2+ax+b$. Determina a y b sabiendo que la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión es la recta $y=2x+3$.

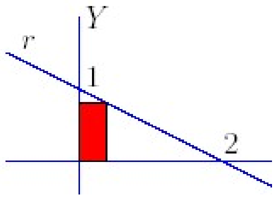
74. (2007-M3-A-1) Sea $f:(0,+\infty)\rightarrow\Re$ la función definida por $f(x)=x^2Ln(x)$.

a) (1.5 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) (1 punto) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=\sqrt{e}$.

75. (2007-M3-B-1) (2.5 puntos) Tenemos que fabricar dos chapas cuadradas con dos materiales distintos. El precio de cada uno de estos materiales es 2 y 3 euros por centímetro cuadrado, respectivamente. Por otra parte, la suma de los perímetros de los dos cuadrados tiene que ser 1 metro. ¿Cómo hemos de elegir los lados de los cuadrados si queremos que el coste total sea mínimo?

76. (2007-M4-A-1) (2.5 puntos)
De entre todos los rectángulos situados en el primer cuadrante que tienen dos de sus lados sobre los ejes coordenados y un vértice en la recta r de ecuación $\frac{x}{2}+y=1$ (ver figura), determina el que tiene mayor área.



77. (2007-M4-B-1) Sea $f:\Re\rightarrow\Re$ la función definida por $f(x)=x^2e^{-x}$.

a) (1.5 puntos) Determina los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) (1 punto) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

78. (2007-M5-A-1) Sea $f:\Re\rightarrow\Re$ la función definida por $f(x)=(x-3)e^x$.

a) (1 punto) Calcula los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) (1.5 puntos) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión.

79. (2007-M5-B-1) Sea f la función definida, para $x\neq 2$ y $x\neq -2$, por $f(x)=\frac{x^2+3}{x^2-4}$.

a) (1 punto) Determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

80. (2007-M6-B-1) (2.5 puntos) Se quiere construir un depósito en forma de prisma de base cuadrada sin tapadera que tenga una capacidad de 500 m^3. ¿Qué dimensiones ha de tener el depósito para que su superficie sea mínima?

81. (2008-M1-A-1) Sean $f:\Re\rightarrow\Re$ y $g:\Re\rightarrow\Re$ las funciones definidas por

$$f(x)=x^2+ax+b \quad \text{y} \quad g(x)=ce^{-(x+1)}$$

Se sabe que las gráficas de f y g se cortan en el punto $(-1,2)$ y tienen en ese punto la misma recta tangente.

a) (2 puntos) Calcula los valores de a, b y c.

b) (0.5 puntos) Halla la ecuación de dicha recta tangente.

82. (2008-M2;Sept-A-1) Considera la función $f:\Re\rightarrow\Re$ definida por $f(x)=\begin{cases} ax^2+3x & si \quad x\leq 2 \\ x^2-bx-4 & si \quad x>2 \end{cases}$

a) (1.5 puntos) Halla a y b sabiendo que f es derivable en $\Re$.

b) (1 punto) Determina la recta tangente y la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=3$.

83. (2008-M2;Sept-B-1) (2.5 puntos) De entre todas las rectas del plano que pasan por el punto $(1,2)$, encuentra aquella que forma con las partes positivas de los ejes coordenados un triángulo de área mínima. Halla el área de dicho triángulo.

84. (2008-M3;Jun-A-1) (2.5 puntos) Sea f la función definida, para $x \neq 0$, por $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$. Determina las asíntotas de la gráfica de f.

85. (2008-M3;Jun-B-1) (2.5 puntos) De entre todos los rectángulos de perímetro 8 cm., determina las dimensiones del que tiene diagonal de menor longitud.

86. (2008-M4-A-1) (2.5 puntos) Dada la función $f: \Re \to \Re$ definida por $f(x) = \dfrac{x+1}{e^x}$, determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión.

87. (2008-M4-B-1) Sea la función $f: [0,4] \to \Re$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & si \quad 0 \leq x < 2 \\ cx + 1 & si \quad 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

a) (2 puntos) Determina a, b y c sabiendo que f es continua en el intervalo cerrado $[0,4]$, derivable en el intervalo abierto $(0,4)$ y que $f(0) = f(4)$.

b) (0.5 puntos) ¿En qué punto del intervalo se anula la derivada de la función?

88. (2008-M5-A-1) Sea $f: [0,2\pi] \to \Re$ la función definida por $f(x) = e^x(sen\, x + \cos x)$.

a) (1.25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

b) (1.25 puntos) Calcula los puntos de inflexión de la gráfica de f.

89. (2008-M5-B-1) Sea $f: \Re \to \Re$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} x|x| & si \quad x \leq 2 \\ 6 - x & si \quad x > 2 \end{cases}$

a) (0.75 puntos) Esboza la gráfica de f.

b) (1 punto) Estudia la derivabilidad de f.

c) (0.75 puntos) Calcula el área comprendida entre la gráfica de f y el eje de abscisas.

90. (2008-M6-A-1) Sea $f: \Re \to \Re$ la función definida por $f(x) = (3x - 2x^2)e^x$.

a) (1.5 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

b) (1 punto) Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

91. (2008-M6-B-1) (2.5 puntos) Dada la función f definida, para $x \neq 0$, por $f(x) = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$ determina las asíntotas de su gráfica.

92. (2009-M1-A-1) (2.5 puntos) Sea $f: \Re \to \Re$ la función definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Calcula los valores de a, b, c y d sabiendo que f verifica:

- El punto $(0, 1)$ es un punto de inflexión de la gráfica de f.
- f tiene un mínimo local en el punto de abscisa $x = 1$.
- La recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$ tiene pendiente 1.

93. (2009-M1-B-1) (2.5 puntos) Se divide un segmento de longitud $L = 20$ cm. en dos trozos. Con uno de los trozos se forma un cuadrado y con el otro un rectángulo en el que la base es el doble de la altura. Calcula la longitud de cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea mínima.

94. (2009-M2;Sept-A-1) (2.5 puntos) Se considera la función $f:[1,+\infty)\rightarrow \Re$ definida por

$$f(x)=\sqrt{x^2-x}+x$$

Determina la asíntota de la gráfica de f.

95. (2009-M2;Sept-B-1) (2.5 puntos) De entre todos los rectángulos cuya área mide 16 cm^2, determina las dimensiones del que tiene diagonal de menor longitud.

96. (2009-M3;Jun-A-1) (2.5 puntos) Calcula el siguiente límite ($\ln$ denota logaritmo neperiano),

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln(x)}-\frac{2}{x^2-1}\right)$$

97. (2009-M3;Jun-B-1) Sea $f:\Re\rightarrow\Re$ la función definida por $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-1} & si \quad x<0\\ x^2-3x-1 & si \quad x\geq 0\end{cases}$

a) (0.75 puntos) Estudia la continuidad y derivabilidad.
b) (1.25 puntos) Determina sus asíntotas y sus extremos relativos.
c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

98. (2009-M4-A-1) Sea $f:\Re\rightarrow\Re$ la función definida por $f(x)=x^2|x-3|$.

a) (1 punto) Estudia la continuidad y derivabilidad de f.
b) (1.5 puntos) Estudia el crecimiento y decrecimiento de f. Calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

99. (2009-M4-B-1) Sea $f:(0,+\infty)\rightarrow\Re$ la función dada por $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x(\ln x)^2}{(x-1)^2} & si \quad x\neq 1\\ a & si \quad x=1\end{cases}$

a) (1.25 puntos) Sabiendo que f es continua, calcula a ($\ln$ denota el logaritmo neperiano).
b) (1.25 puntos) Estudia la existencia de asíntota horizontal para la gráfica de esta función. En caso de que exista, determina su ecuación.

100. (2009-M5-A-1) (2.5 puntos) Se sabe que la función $f:\Re\rightarrow\Re$ definida como

$$f(x)=\begin{cases}-x^2+bx+1 & si \quad x\leq 1\\ ax^2-5x+2a & si \quad x>1\end{cases}$$

es derivable. Determina los valores de a y b.

101. (2009-M5-B-1) (2.5 puntos) Se sabe que la función $f:\Re\rightarrow\Re$ definida por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ tiene extremos relativos en $(0,0)$ y en $(2,2)$. Calcula a, b, c y d.

102. (2009-M6-A-1) Sea $f:\Re\rightarrow\Re$ la función definida por $f(x)=x+e^{-x}$.

a) (0.75 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f, así como los extremos relativos o locales de f.
b) (0.5 puntos) Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f.
c) (0.75 puntos) Determina las asíntotas de la gráfica f.
d) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

103. (2009-M6-B-1) (2.5 puntos) De todos los triángulos cuya base y altura suman 20 cm. ¿qué base tiene el de área máxima?

104. (2010-M1-A-1) (2.5 puntos) Entre todos los triángulos rectángulos de 5 metros de hipotenusa, determina los catetos del de área máxima.

105. (2010-M1-B-1) Sea $f:(0,+\infty)\rightarrow \Re$ la función definida por $f(x)=\ln(x^2+3x)$.

a) (1.5 puntos) Determina, si existen, los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a la gráfica es paralela a la recta de ecuación $x-2y+1=0$.

b) (1 punto) Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=3$.

106. (2010-M2;Jun-A-1) Sea f la función definida como $f(x)=\dfrac{ax^2+b}{a-x}$ para $x\neq a$.

a) (1.5 puntos) Calcula *a* y *b* para que la gráfica de f pase por el punto $(2,3)$ y tenga una asíntota oblicua con pendiente -4.

b) (1 punto) Para el caso $a=2, b=3$, obtén la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

107. (2010-M2;Jun-B-1) (2.5 puntos) Calcula $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{\operatorname{sen} x}}{x^2}$

108. (2010-M3-A-1) (2.5 puntos) Sea la función $f:\Re\rightarrow\Re$ dada por $f(x)=\begin{cases} e^x(x^2+ax) & si \quad x\leq 0 \\ \dfrac{bx^2+c}{x+1} & si \quad x>0 \end{cases}$

Calcula las constantes *a*, *b* y *c* sabiendo que f es derivable y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$ tiene pendiente 3.

109. (2010-M3-B-1) (2.5 puntos) Sea $f:\Re\rightarrow\Re$ la función definida como $f(x)=(x+1)\cdot\sqrt[3]{3-x}$. Halla las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-5$ y en el punto de abscisa $x=2$.

110. (2010-M4-A-1) (2.5 puntos) La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 90 cm. Si se hace girar alrededor de uno de sus catetos, el triángulo engendra un cono. ¿Qué medidas han de tener los catetos del triángulo para que el volumen del cono engendrado sea máximo? (Recuerda que el volumen del cono es: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$).

111. (2010-M4-B-1) Sea f la función definida como $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$ para $x\neq\pm 1$.

a) (1 punto) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f.

b) (0.75 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

c) (0.75 puntos) Esboza la gráfica de f.

112. (2010-M5;Sept-A-1) (2.5 puntos) Una hoja de papel tiene que contener 18 cm^2 de texto. Los márgenes superior e inferior han de tener 2 cm. cada uno y los laterales 1 cm. Calcula las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo.

113. (2010-M5;Sept-B-1) Considera la función $f:[0,4]\rightarrow\Re$ definida por:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & si \quad 0\leq x\leq 2 \\ cx & si \quad 2<x\leq 4 \end{cases}$$

a) (1.75 puntos) Sabiendo que f es derivable en todo el dominio y que verifica $f(0)=f(4)$, determina los valores de *a*, *b* y *c*.

b) (0.75 puntos) Para $a=-3, b=4$ y $c=1$ halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

114. (2010-M6-A-1) (2.5 puntos) Dada la función $f:\Re\to\Re$ definida como $f(x)=a\,sen\,x+bx^2+cx+d$, determina los valores de las constantes *a*, *b*, *c* y *d* sabiendo que la gráfica de f tiene tangente horizontal en el punto $(0,4)$ y que la segunda derivada de f es $f''(x)=3sen(x)-10$.

115. (2010-M6-B-1) (2.5 puntos) Considera la función $f:\Re\to\Re$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x} & si \quad x\le 0\\ 1-x^2 & si \quad 0<x<1\\ \dfrac{2}{x+1} & si \quad 1\le x\end{cases}$$

Estudia su continuidad y derivabilidad. Determina la función derivada de f.

116. (2011-M1-A-1) (2.5 puntos) Una ventana *normanda* consiste en un rectángulo coronado con un semicírculo.
De entre todas las ventanas *normandas* de perímetro 10 m, halla las dimensiones del marco de la de área máxima.

117. (2011-M1-B-1) Sea $f:\left[\frac{1}{e},4\right]\to\Re$ la función definida por $f(x)=\begin{cases} x-\ln(x)+a & si \quad \frac{1}{e}\le x\le 2\\ bx+1-\ln 2 & si \quad 2<x\le 4\end{cases}$

donde ln denota la función logaritmo neperiano.

a) (1.25 puntos) Calcula los valores de a y b para que f sea derivable en $\left(\frac{1}{e},4\right)$.

b) (1.25 puntos) Para $a=0$ y $b=\frac{1}{2}$ halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

118. (2011-M2;Sept-A-1) (2.5 puntos) Calcula la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 y de área máxima.

119. (2011-M2;Sept-B-1) Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{3x^4+1}{x^3}$ para $x\neq 0$.

a) (1.25 puntos) Estudia las asíntotas de la gráfica de la función.
b) (1.25 puntos) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

120. (2011-M3-A-1) (2.5 puntos) Dada la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x)=ax^3+bx^2+cx$, determina a,b y c sabiendo que su gráfica tiene un punto de inflexión en $(1,0)$, y que la recta tangente en ese punto tiene por ecuación $y=-3x+3$.

121. (2011-M3-B-1) (2.5 puntos) En el primer cuadrante representamos un rectángulo de tal manera que tiene un vértice en el origen de coordenadas y el vértice opuesto en la parábola $y=-x^2+3$. Determina las dimensiones del rectángulo para que su área sea máxima.

122. (2011-M4-A-1) (2.5 puntos) Queremos hacer junto a la carretera un cercado rectangular para unos caballos en una zona llana. Cada metro del lado del cercado que está junto a la carretera nos cuesta 100 euros, mientras que para el resto del cercado nos cuesta 10 euros el metro. ¿Cuáles son las dimensiones del prado de área máxima que podemos cercar con 3000 euros?

123. (2011-M4-B-1) (2.5 puntos) En una empresa los ingresos (en euros) dependen de la edad. Si la edad, x, es de 18 a 50 años, los ingresos vienen dados por la fórmula $-x^2+70x$, mientras que para edades iguales o superiores a 50 años los ingresos están determinados por la expresión, $\frac{400x}{x-30}$. Calcula cuál es el máximo de los ingresos y a qué edad se alcanza.

124. (2011-M5-A-1) (2.5 puntos) Un alambre de 100 m de longitud se divide en dos trozos. Con uno de los trozos se construye un cuadrado y con el otro un rectángulo cuya base es doble que su altura. Calcula las longitudes de cada uno de los trozos con la condición de que la suma de las áreas de estas dos figuras sea mínima.

125. (2011-M5-B-1) Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=4-x^2$

a) (1 punto) Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$.

b) (1.5 puntos) Determina el punto de la gráfica en el que la recta tangente es perpendicular a la recta $x+2y-2=0$.

126. (2011-M6;Jun-A-1) (2.5 puntos) Se desea construir un depósito cilíndrico cerrado de área total igual a 54 m^2. Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que éste tenga volumen máximo.

127. (2011-M6;Jun-B-1) (2.5 puntos) Sea $f:[1,+\infty)\to\Re$ la función definida por $f(x)=\sqrt{x-1}$. Determina el punto P de la gráfica de f que se encuentra a menor distancia del punto $A(2,0)$. ¿Cuál es esa distancia?

128. (2012-M1-A-1) Sea la función $f:(0,+\infty)\to\Re$ definida por $f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$ donde ln denota la función logaritmo neperiano.

a) (1.75 puntos) Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) en el intervalo $\left[\frac{1}{e},e\right]$.

b) (0.75 puntos) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=e$.

129. (2012-M1-B-1) Sea f la función definida por $f(x)=\frac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$ para $x\neq-1$ y $x\neq 2$.

a) (1 punto) Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

c) (0.5 puntos) Calcula, si existe, algún punto de la gráfica de f donde ésta corta a la asíntota horizontal.

130. (2012-M2-A-1) Sea la función $f:[1,e]\to\Re$ definida por $f(x)=x^2-8\ln(x)$ donde ln denota la función logaritmo neperiano.

a) (0.75 puntos) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

b) (1 punto) Calcula los extremos absolutos y relativos de la función f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) (0.75 puntos) Estudia los intervalos de concavidad y convexidad.

131. (2012-M2-B-1) Sea la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x)=e^x\left(x^2-x+1\right)$

a) (0.75 puntos) Calcula $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

b) (1.25 puntos) Halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan), determinando si son máximos o mínimos.

c) (0.5 puntos) Determina las abscisas de los puntos de inflexión de la gráfica de f.

132. (2012-M3;Jun-A-1) Sea la función continua $f:\Re\rightarrow\Re$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} x+k & \text{si } x\leq 0 \\ \dfrac{e^{x^2}-1}{x^2} & \text{si } x>0 \end{cases}$$

a) (1.25 puntos) Calcula el valor de k.
b) (1.25 puntos) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x=1$.

133. (2012-M3;Jun-B-1) Sea la función f definida por $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{1-x}$ para $x\neq 1$.

a) (1.25 puntos) Estudia las asíntotas de la gráfica de la función f.
b) (1.25 puntos) Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

134. (2012-M4;Sept-A-1) Sea la función $f:\Re\rightarrow\Re$ definida por $f(x)=e^x(x-2)$

a) (1 punto) Calcula las asíntotas de f.
b) (1 punto) Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
c) (0.5 puntos) Determina, si existen, los puntos de inflexión de la gráfica de f.

135. (2012-M4;Sept-B-1) (2.5 puntos) Sabiendo que $\displaystyle \lim_{x\to 0}\frac{a\cdot sen(x)-xe^x}{x^2}$ es finito, calcula el valor de a y el de dicho límite.

136. (2012-M5-A-1) (2.5 puntos) Un alambre de longitud 2 metros se divide en dos trozos. Con el primero se forma un rectángulo cuya base es el doble de su altura y con el segundo trozo se forma un cuadrado. Calcula las longitudes de dichos trozos para que la suma de las áreas del rectángulo y el cuadrado resultantes sea mínima.

137. (2012-M5-B-1) Sea la función $f:\Re\rightarrow\Re$ definida por $f(x)=\ln(x^2+3x+3)-x$ donde ln denota la función logaritmo neperiano.

a) (1.5 puntos) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
b) (1 punto) Determina la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-2$.

138. (2012-M6-A-1) (2.5 puntos) Se considera la función derivable $f:\Re\rightarrow\Re$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} 1+\dfrac{a}{x-2} & \text{si } x<1 \\ a+\dfrac{b}{\sqrt{x}} & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$$

Calcula los valores de a y b.

139. (2012-M6-B-1) (2.5 puntos) De entre todos los triángulos rectángulos de hipotenusa 10 unidades, determina las dimensiones del de área máxima.

140. (2013-M1-A-1) (2.5 puntos) Halla las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en un triángulo isósceles de 6 metros de base (el lado desigual) y 4 metros de alto.

141. (2013-M1-B-1) Sea f la función definida por $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$ para $x\geq -1,\ x\neq 0$.

a) (1 punto) Calcula los límites laterales de f en $x=0$.
b) (1.5 puntos) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

142. (2013-M2;Sept-A-1) (2.5 puntos) Un alambre de 10 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de ellos se forma un triángulo equilátero y con el otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

143. (2013-M2;Sept-B-1) Sea $f:(0,+\infty)\to\Re$ la función definida por $f(x)=\dfrac{2\ln(x)}{x^2}$ (donde ln denota el logaritmo neperiano).

a) (1.75 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) (0.75 puntos) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

144. (2013-M3-A-1) Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{x}{\ln(x)}$ para $x>0,\ x\neq 1$.

a) (1.25 puntos) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1.25 puntos) Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=e$.

145. (2013-M3-B-1) Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{k}{(x-a)(2x-1)}$ para $x\neq a$ y $x\neq\dfrac{1}{2}$.

a) (1 punto) Halla a y k sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(0,2)$ y que la recta $x=2$ es una asíntota de dicha gráfica.

b) (1.5 puntos) Para $k=4$ y $a=2$, halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

146. (2013-M4-A-1) (2.5 puntos) Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el mayor perímetro posible.

147. (2013-M4-B-1) (2.5 puntos) Considera la función $f:\Re\to\Re$ dada por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Determina a,b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$ es $y+x=-3$ y que el punto de inflexión tiene abscisa $x=1$.

148. (2013-M5-A-1) Sea g la función definida por $g(x)=\dfrac{mx^3}{(x-n)^2}$ para $x\neq n$.

a) (1.75 puntos) Halla m y n sabiendo que la recta $y=2x-4$ es una asíntota de la gráfica de g.

b) (0.75 puntos) Determina si la gráfica de g es simétrica respecto al origen.

149. (2013-M5-B-1) (2.5 puntos) Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Se sabe que un punto de inflexión de la gráfica de f tiene abscisa $x=1$ y que f tiene un mínimo relativo en $x=2$ de valor -9. Calcula a,b y c.

150. (2013-M6;Jun-A-1) (2.5 puntos) Sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cos(x)+b\,sen(x)}{x^3}$ es finito, calcula b y el valor del límite.

151. (2013-M6;Jun-B-1) Sea $f:(-\infty,1)\to\Re$ la función definida por $f(x)=\begin{cases}x+2e^{-x} & si \quad x\leq 0\\ a\sqrt{b-x} & si \quad 0<x<1\end{cases}$

a) (1.5 puntos) Determina a y b sabiendo que f es derivable en todo su dominio.

b) (1 punto) Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

152. (2014-M1;Jun-A-1) Sea $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$.

a) (1.75 puntos) Halla a, b y c para que la gráfica de f tenga un punto de inflexión de abscisa $x=\frac{1}{2}$ y que la recta tangente en el punto de abscisa $x=0$ tenga por ecuación $y=5-6x$.

b) (0.75 puntos) Para $a=3$, $b=-9$ y $c=8$, calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

153. (2014-M1;Jun-B-1) (2.5 puntos) Se desea construir un depósito en forma de cilindro recto, con base circular y sin tapadera, que tenga una capacidad de 125 m^3. Halla el radio de la base y la altura que debe tener el depósito para que la superficie sea mínima.

154. (2014-M2-A-1) Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{1}{2x}+\ln(x)$ para $x>0$ (ln denota el logaritmo neperiano).

a) (1.75 puntos) Determina el punto de la gráfica de f en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.

b) (0.75 puntos) Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

155. (2014-M2-B-1) (2.5 puntos) Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$. Halla b, c y d sabiendo que f tiene un máximo relativo en $x=-1$ y que $\displaystyle \lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=4$.

156. (2014-M3-A-1) (2.5 puntos) Sabiendo que $\displaystyle \lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{a}{\ln x}\right)$ es finito, calcula a y el valor del límite (ln denota el logaritmo neperiano).

157. (2014-M3-B-1) Considera la función derivable $f:\Re\to\Re$ definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-e^{-x}}{2x} & si \quad x<0\\ ax+b & si \quad x\geq 0\end{cases}$$

a) (1.75 puntos) Calcula a y b.

b) (0.75 puntos) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-1$.

158. (2014-M4;Sept-A-1) (2.5 puntos) Sabiendo que $\displaystyle \lim_{x\to 0}\frac{\cos(3x)-e^x+ax}{x\,sen(x)}$ es finito, calcula a y el valor del límite.

159. (2014-M4;Sept-B-1) (2.5 puntos) De entre todos los números reales positivos, determina el que sumado con su inverso da suma mínima.

160. (2014-M5-A-1) (2.5 puntos) Calcula $\displaystyle \lim_{x\to 0}\frac{\tan x-sen\,x}{x-sen\,x}$

161. (2014-M5-B-1) Considera la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x)=x^2e^{-x^2}$

a) (0.75 puntos) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1.25 puntos) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

162. (2014-M6-A-1) (2.5 puntos) De entre todos los triángulos rectángulos de área 8 cm^2, determina las dimensiones del que tiene la hipotenusa de menor longitud.

163. **(2014-M6-B-1)** Sea $f:\Re\to\Re$ la función derivable definida por $f(x)=\begin{cases} a-x & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{b}{x}+\ln x & si \quad x>1 \end{cases}$

donde ln denota el logaritmo neperiano.

a) (1.25 puntos) Calcula a y b.
b) (1.25 puntos) Para $a=3$ y $b=2$ calcula los extremos absolutos de f en el intervalo $[0,e]$ (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

164. **(2015-M1-A-1)** (2.5 puntos) Sea $f:\Re\to\Re$ la función dada por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Halla los coeficientes a,b,c y d sabiendo que f presenta un extremo local en el punto de abscisa $x=0$, que $(1,0)$ es un punto de inflexión de la gráfica de f y que la pendiente de la recta tangente en dicho punto es -3.

165. **(2015-M1-B-1)** Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=x^2-|x|$.

a) (0.5 puntos) Estudia la derivabilidad de f.
b) (1 punto) Estudia los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
c) (1 punto) Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

166. **(2015-M2-A-1)** Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$ para $x\neq 1$.

a) (1 punto) Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f.
b) (1.5 puntos) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) de f.

167. **(2015-M2-B-1)** (2.5 puntos) Queremos fabricar una caja con base cuadrada, de tal manera que la altura de la caja más el perímetro de la base sumen 60 cm. Determina sus dimensiones para que contenga el mayor volumen posible.

168. **(2015-M3;Sept-A-1)** (2.5 puntos) Halla los valores a,b y c sabiendo que la gráfica de la función $f(x)=\dfrac{ax^2+b}{x+c}$ tiene una asíntota vertical en $x=1$, una asíntota oblicua de pendiente 2, y un extremo local en el punto de abscisa $x=3$.

169. **(2015-M3;Sept-B-1)** (2.5 puntos) Un granjero desea vallar un terreno rectangular de pasto adyacente a un río. El terreno debe tener 180000 m^2 para producir suficiente pasto para su ganado. ¿Qué dimensiones tendrá el terreno rectangular de modo que utilice la mínima cantidad de valla, si al lado que da al río no necesita vallado?

170. **(2015-M4;Jun-A-1)** (2.5 puntos) Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13.5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea el mínimo posible.

171. **(2015-M4;Jun-B-1)** (2.5 puntos) Sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ax^2+bx+1-\cos(x)}{sen(x^2)}$ es finito e igual a uno, calcula los valores de a y b.

172. **(2015-M5-A-1)** (2.5 puntos) Se quiere vallar un campo rectangular que está junto a un camino. Si la valla del lado del camino cuesta 80 euros/metro y la de los otros lados 10 euros/metro, halla las dimensiones del campo de área máxima que puede vallarse con 28 800 euros.

173. (2015-M5-B-1) (2.5 puntos) Determina a y b sabiendo que $b > 0$ y que la función $f:\Re\rightarrow\Re$ definida como

$$f(x)=\begin{cases} a\cos(x)+2x & si \quad x<0 \\ a^2\ln(x+1)+\dfrac{b}{x+1} & si \quad x\geq 0 \end{cases}$$

es derivable. ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

174. (2015-M6-A-1) (2.5 puntos) Halla a y b sabiendo que es continua la función $f:\Re\rightarrow\Re$ definida como

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+\cos(x)-ae^x}{x^2} & si \quad x\neq 0 \\ b & si \quad x=0 \end{cases}$$

175. (2015-M6-B-1) Sea $f:\Re\rightarrow\Re$ la función definida por $f(x)=\left(x^2+3x+1\right)e^{-x}$.

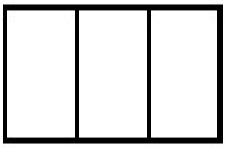
a) (1 punto) Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1 punto) Halla los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente es horizontal.

c) (0.5 puntos) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

176. (2016-M1-A-1) (2.5 puntos) Sea $f:\Re\rightarrow\Re$ la función definida por $f(x)=\left(e^{ax}+b\right)x$, con $a\neq 0$. Calcula a y b sabiendo que f tiene un extremo relativo en $x=0$ y su gráfica, un punto de inflexión en el punto cuya abscisa es $x=1$.

177. (2016-M1-B-1) (2.5 puntos) De un terreno se desea vender un solar rectangular de 12 800 m^2 dividido en 3 parcelas iguales como las que aparecen en el dibujo.
Se quieren vallar las lindes de las tres parcelas (los bordes y las separaciones de las parcelas). Determina las dimensiones del solar y de cada una de las tres parcelas para que la longitud de la valla utilizada sea mínima.



178. (2016-M2;Jun-A-1) (2.5 puntos) Sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)-a\,sen(x)+x\cos(3x)}{x^2}$ es finito, calcula a y el valor del límite (ln denota logaritmo neperiano).

179. (2016-M2;Jun-B-1) Sea $f:\Re\rightarrow\Re$ la función definida por $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

a) (0.75 puntos) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f. Calcula los puntos de corte de dichas asíntotas con la gráfica de f.

b) (1.25 puntos) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

180. (2016-M3-A-1) (2.5 puntos) Sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(\pi x)\cdot(1+a\cos(\pi x))}{sen\left(x^2\right)}$ es finito, calcula a y el valor del límite.

181. (2016-M3-B-1) (2.5 puntos) Se dispone de un cartón cuadrado de 50 cm de lado para construir una caja sin tapadera a partir del cartón. Para ello, se corta un cuadrado de x cm de lado en cada una de las esquinas. Halla el valor de x para que el volumen de la caja sea máximo y calcula dicho volumen.

182. **(2016-M4-A-1)** Sea la función $f:(0,+\infty)\to\Re$ definida por $f(x)=\dfrac{\ln(x)}{x}$, donde ln denota logaritmo neperiano.

a) (1 punto) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1.5 puntos) Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

183. **(2016-M4-B-1)** (2.5 puntos) Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Determina a,b,c sabiendo que la gráfica de f tiene tangente horizontal en el punto de abscisa $x=1$ y un punto de inflexión en $(-1,5)$.

184. **(2016-M5;Sept-A-1)** (2.5 puntos) Sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{e^x-1}-\dfrac{m}{2x}\right)$ es finito, calcula m y el valor del límite.

185. **(2016-M5;Sept-B-1)** Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=x^2e^{-x^2}$.

a) (0.75 puntos) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1.25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

186. **(2016-M6-A-1)** (2.5 puntos) Se quiere construir un bote de conservas cilíndrico, con tapa, de un litro de capacidad. Calcula las dimensiones del bote para que en su construcción se utilice la menor cantidad posible de hojalata.

187. **(2016-M6-B-1)** Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=|x^2-4|$.

a) (1.5 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) (1 punto) Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-1$.

188. **(2017-M1-A-1)** Se considera la función f dada por $f(x)=\dfrac{-3x^2+2}{x-1}$ para $x\neq 1$.

a) (1.5 puntos) Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

189. **(2017-M1-B-1)** (2.5 puntos) Una cuerda de un metro de longitud se divide en dos trozos con los que se construyen un cuadrado y una circunferencia respectivamente.
Determina, si es posible, las longitudes de los trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

190. **(2017-M2-A-1)** (2.5 puntos) Calcula la función polinómica, de grado 3, de la que se sabe que tiene un extremo relativo en el punto $(0,2)$ y que la tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x=1$ es la recta $x+y=3$.

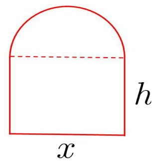
191. **(2017-M2-B-1)** Considera la función definida por $f(x)=-x+\dfrac{4}{x^2}$ para $x\neq 0$.

a) (1 punto) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) (0.5 puntos) Esboza la gráfica de f.

192. (2017-M3;Jun-A-1) (2.5 puntos) Se quiere hacer una puerta rectangular coronada por un semicírculo como el de la figura. El hueco de la puerta tiene que tener 16 metros cuadrados.
Si es posible, determina la base x para que el perímetro sea mínimo.



193. (2017-M3;Jun-B-1) Considera la función f definida por $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$ para $x\neq 1$.

a) (1 punto) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1.5 puntos) Estudia y determina los intervalos de crecimiento y los intervalos de decrecimiento de f. Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

194. (2017-M4-A-1) Se sabe que la función $f:\Re\rightarrow\Re$ dada por

$$f(x)=\begin{cases} 3x+2 & si \quad x<0 \\ x^2+2a\cos(x) & si \quad 0\leq x<\pi \\ ax^2+b & si \quad x\geq\pi \end{cases}$$

es continua.

a) (1.5 puntos) Determina a y b.

b) (1 punto) Estudia la derivabilidad de f.

195. (2017-M4-B-1) (2.5 puntos) Calcula $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{\cos(x)}{sen(x)}\right)$

196. (2017-M5-A-1) (2.5 puntos) Se necesita construir un depósito cilíndrico, con tapas inferior y superior, con capacidad de 20π m^3. El material para las tapas cuesta 10 euros cada m^2 y el material para el resto del cilindro 8 euros cada m^2. Calcula, si existe, el radio de las tapas y la altura del cilindro que hace que el coste total sea mínimo.

197. (2017-M5-B-1) (2.5 puntos) Considera la función $f:\Re\rightarrow\Re$ dada por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Calcula a,b,c y d sabiendo que f tiene un extremo relativo en $(0,1)$ y su gráfica un punto de inflexión en $(1,-1)$.

198. (2017-M6;Sept-A-1) (2.5 puntos) Una imprenta recibe un encargo para realizar una tarjeta rectangular con las siguientes características: la superficie rectangular que debe ocupar la zona impresa debe ser de 100 cm^2, el margen superior tiene que ser de 2 cm, el inferior de 3 cm y los laterales de 5 cm cada uno.
Calcula, si es posible, las dimensiones que debe tener la tarjeta de forma que se utilice la menor cantidad de papel posible.

199. (2017-M6;Sept-B-1) Considera la función $f:\Re\rightarrow\Re$ definida por $f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$

a) (2 puntos) Estudia y determina los intervalos de crecimiento y los intervalos de decrecimiento de f. Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) (0.5 puntos) Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

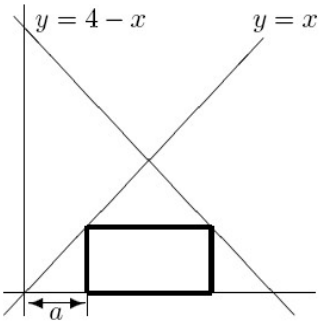
200. (2018-M1;Jun-A-1) (2.5 puntos) Halla los coeficientes a,b y c sabiendo que la función $f:\Re\rightarrow\Re$ definida por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ tiene en $x=1$ un punto de derivada nula que no es extremo relativo y que la gráfica de f pasa por el punto $(1,1)$.

201. **(2018-M1;Jun-B-1)** (2.5 puntos) Determina $k \neq 0$ sabiendo que la función $f:\Re \to \Re$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} 3-kx^2 & si \quad x \leq 1 \\ \dfrac{2}{kx} & si \quad x>1 \end{cases}$$

es derivable.

202. **(2018-M2-A-1)** Se desea construir un rectángulo, como el de la figura, de área máxima. La base está situada sobre el eje OX, un vértice está en la recta $y=x$, y el otro, en la recta $y=4-x$. Se pide:



a) (0.25 puntos) Halla la altura del rectángulo en función de a (ver la figura).
b) (1 punto) Halla la base del rectángulo en función de a.
c) (1.25 puntos) Encuentra el valor de a que hace máximo el área del rectángulo.

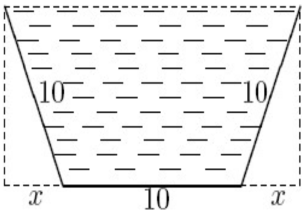
203. **(2018-M2-B-1)** Considera la función $f:\Re \to \Re$ dada por

$$f(x)=\begin{cases} -x\,e^{x-1} & si \quad x \leq 0 \\ x\,e^{x-1} & si \quad 0<x\leq 1 \\ x\,e^{1-x} & si \quad 1<x \end{cases}$$

a) (1 punto) Estudia la derivabilidad de f en $x=0$ y $x=1$.
b) (1.5 puntos)Estudia la existencia de asíntotas horizontales de la gráfica de f.

204. **(2018-M3-A-1)** Se desea construir una canaleta, para la recogida de agua, cuya sección es como la de la figura. La base y los costados deben medir 10 cm y se trata de darle la inclinación adecuada a los costados para obtener una sección de área máxima. Se pide:

a) (0.25 puntos) Halla la altura de la canaleta en función de x (ver la figura).
b) (0.75 puntos) Halla el área de la sección de la canaleta en función de x.
c) (1.5 puntos) Encuentra el valor de x que hace máximo dicho área.



205. **(2018-M3-B-1)** Sea la función definida por $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$ para $x \neq 1$.

a) (0.75 puntos) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.
b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y halla sus máximos y mínimos relativos (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
c) (0.75 puntos) Esboza la gráfica de f indicando sus puntos de corte con los ejes coordenados.

206. **(2018-M4;Sept-A-1)** (2.5 puntos) Considera la función $f:\Re \to \Re$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+c & si \quad x\leq 0 \\ \dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{x-sen(x)} & si \quad x>0 \end{cases}$$

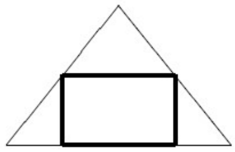
Determina a,b y c sabiendo que f es continua, alcanza un máximo relativo en $x=-1$ y la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-2$ tiene pendiente 2.

207. **(2018-M4;Sept-B-1)** Considera la función f definida por $f(x)=a\ln(x)+bx^2+x$ para $x>0$, donde $\ln$ denota logaritmo neperiano.

a) (1.5 puntos) Halla a y b sabiendo que f tiene extremos relativos en $x=1$ y en $x=2$.

b) (1 punto) ¿Qué tipo de extremos tiene f en $x=1$ y en $x=2$?

208. **(2018-M5-A-1)** (2.5 puntos) Considera un triángulo isósceles en el que el lado desigual mide 8 cm y la altura correspondiente mide 5 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en dicho triángulo (ver figura).



209. **(2018-M5-B-1)** Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=x+x\,e^{-x}$.

a) (1.25 puntos) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f que es paralela a la recta $x-y+1=0$.

b) (1.25 puntos) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

210. **(2018-M6-A-1)** (2.5 puntos) Calcula $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg(x)-x}{x-sen(x)}$.

211. **(2018-M6-B-1)** (2.5 puntos) Se desea construir una caja sin tapadera de base cuadrada. El precio del material es de 18 euros/m^2 para los laterales y de 24 euros/m^2 para la base. Halla las dimensiones de la caja de mayor volumen que se puede construir si disponemos de 50 euros.

212. **(2019-M1;Jun-A-1)** Considera la función f definida por $f(x)=\dfrac{x^2+3x+4}{2x+2}$ para $x\neq -1$.

a) (1.5 puntos) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f.

b) (1 punto) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

213. **(2019-M1;Jun-B-1)** Considera la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x)=(x-a)e^x$.

a) (1.25 puntos) Determina a sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x=0$.

b) (1.25 puntos) Para $a=1$, calcula los puntos de inflexión de la gráfica de f.

214. **(2019-M2-A-1)** (2.5 puntos) Calcula $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(x)-e^{-2x}-2x}{sen^2(x)}$

215. **(2019-M2-B-1)** (2.5 puntos) Se sabe que la función $f:\Re\to\Re$, dada por

$$f(x)=\begin{cases} x^2-ax+2b & si \quad x\leq 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & si \quad x>0 \end{cases}$$

(ln denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula a y b.

216. **(2019-M3-A-1)** Según un determinado modelo, la concentración de sangre de cierto medicamento viene dada por la función $C(t)=te^{-t/2}$ mg/ml, siendo t el tiempo en horas transcurridas desde que se le administra el medicamento al enfermo.

a) (2 puntos) Determina, si existe, el valor máximo absoluto de la función y en qué momento se alcanza.

b) (0.5 puntos) Sabiendo que la máxima concentración sin peligro para el paciente es 1 mg/ml, señala si en algún momento del tratamiento hay riesgo para el paciente.

217. **(2019-M3-B-1)** (2.5 puntos) Dada $f:(1,e)\to\Re$ la función definida por $f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln(x)$ (ln denota la función logaritmo neperiano), determina la recta tangente a la gráfica de f que tiene pendiente máxima.

218. (2019-M4;Sept-A-1) (2.5 puntos) Dada la función $f:\Re \to \Re$ definida por $f(x)=6-\frac{1}{6}x^2$, calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima, de lados paralelos a los ejes, inscrito en el recinto comprendido entre la gráfica de f y la recta $y=0$.

219. (2019-M4;Sept-B-1) (2.5 puntos) Se sabe que la función $f:\Re \to \Re$, dada por

$$f(x)=\begin{cases} sen(x)+ax+b & si \quad x\le 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & si \quad x>0 \end{cases}$$

(ln denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula a y b.

220. (2019-M5-A-1) Se considera la función $f:(-2\pi, 2\pi)\to \Re$ definida por $f(x)=\dfrac{\cos(x)}{2+\cos(x)}$.

a) (1.5 puntos) Calcula sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
b) (1 punto) Halla sus máximos y mínimos relativos (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

221. (2019-M5-B-1) (2.5 puntos) Se sabe que la gráfica de la función $f:\Re \to \Re$, dada por $f(x)=2x^3+ax^2+bx+c$, tiene un punto de inflexión para $x=1$ y que la ecuación de la recta tangente a dicha gráfica en ese punto es $y=-6x+6$. Calcula a, b y c.

222. (2019-M6-A-1) (2.5 puntos) Dada la función $f:(0, 2\pi)\to \Re$, definida por $f(x)=sen(x)+\cos(x)$, calcula sus máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la gráfica de f (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

223. (2019-M6-B-1) (2.5 puntos) Considera la función f definida por $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ para $cx+1\neq 0$. Determina a, b y c sabiendo que la recta $x=-1$ es una asíntota vertical a la gráfica de f y que $y=2x+4$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

224. (2020-M1-A-1) (2.5 puntos) Calcula a sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\ln(1-x)}-\dfrac{ax-1}{x}\right)=\dfrac{7}{2}$ (ln denota la función logaritmo neperiano).

225. (2020-M1-B-1) (2.5 puntos) Una familia desea acotar una zona rectangular en el jardín de su casa para dedicarla al cultivo ecológico. Para ello dispone de 96 metros de valla, pero necesita dejar una abertura de 4 metros en uno de los laterales para instalar una puerta. Determina las dimensiones de la zona rectangular de área máxima que puede acotarse de esta manera y el valor de dicha área.

226. (2020-M2-A-1) (2.5 puntos) Sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xe^x-\ln(1+x)-(a+1)x}{x^2}$ es finito, calcula a y el valor del límite (ln denota la función logaritmo neperiano).

227. (2020-M2-B-1) Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{|x|}{2-x}$ para $x\neq 2$.

a) (1.25 puntos) Estudia la derivabilidad de f.
b) (1.25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

228. (2020-M3-A-1) Considera la función f definida por $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$ para $x\neq 1,-1$.

a) (1.25 puntos) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f.
b) (1.25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

229. (2020-M3-B-1) (2.5 puntos) Se sabe que la función $f:\Re\to\Re$ dada por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ tiene un punto crítico en $x=0$, que su gráfica pasa por $(0,3)$ y que la recta $y=-2x+2$ es tangente a dicha gráfica en el punto de abscisa $x=1$. Calcula a, b, c y d.

230. (2020-M4;Sept-A-1) (2.5 puntos) Considera la función $f:\Re\to\Re$ dada por $f(x)=e^x(x^2-5x+6)$. Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f y los puntos de inflexión de su gráfica.

231. (2020-M4;Sept-B-1) Sea la función derivable $f:\Re\to\Re$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} e^{2ax-4b} & si \quad x<1 \\ 1-x\ln x & si \quad x\geq 1 \end{cases}$$

a) (1.75 puntos) Determina los valores de a y b.
b) (0.75 puntos) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$.

232. (2020-M5-A-1) (2.5 puntos) Sea $f:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x)=(5-x)e^{x-4}$. Determina los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente tiene pendiente máxima.

233. (2020-M5-B-1) (2.5 puntos) Se sabe que la función $f:\Re\to\Re$ dada por

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx-1,$$

tiene un punto crítico en $x=2$ y que la recta normal a su gráfica en el punto de abscisa $x=1$ es $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$. Calcula a, b y c.

234. (2020-M6;Jun-A-1) Considera la función f definida por $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-1}$ para $x\neq 1,-1$.

a) (1.25 puntos) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f.
b) (1.25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

235. (2020-M6;Jun-B-1) Sea $f:[0,2\pi]\to\Re$ la función definida por $f(x)=\dfrac{senx}{2-\cos x}$.

a) (2 puntos) Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
b) (0.5 puntos) Determina la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=\frac{\pi}{3}$.

236. (2021-M1-A-1) (2.5 puntos) Sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x+1}{\ln(x+1)}-\dfrac{a}{x}\right)$ es finito, calcula a y el valor del límite (ln denota la función logaritmo neperiano).

237. (2021-M1-A-2) Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{ax^2+b}{a-x}$ (para $x\neq a$).

a) (1.25 puntos) Halla a y b sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(2,3)$ y tiene una asíntota oblicua cuya pendiente vale -4.
b) (1.25 puntos) Para $a=2$ y $b=3$, calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.

238. **(2021-M2-A-1)** (2.5 puntos) Calcula *a, b, c* y *d* sabiendo que la gráfica de la función $f:\Re\rightarrow\Re$ definida por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ tiene un punto de inflexión en $(0,4)$ y su recta normal en el punto $(1,8)$ es paralela al eje de ordenadas.

239. **(2021-M2-A-2)** Considera la función f definida por $f(x)=\dfrac{x^2-10}{x^2+2x-3}$ (para $x\neq-3,\ x\neq-1$).

a) (1.25 puntos) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f.
b) (1.25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

240. **(2021-M3;Jul-A-1)** (2.5 puntos) Calcula *a* y *b* sabiendo que $\displaystyle lím_{x\to 0}\frac{a(1-\cos(x))+bsen(x)-2(e^x-1)}{x^2}=7$

241. **(2021-M3;Jul-A-2)** (2.5 puntos) Halla $a>0$ y $b>0$ sabiendo que la gráfica de la función $f:\Re\rightarrow\Re$ dada por $f(x)=\dfrac{bx^2}{1+ax^4}$ tiene en el punto $(1,2)$ un punto crítico.

242. **(2021-M4-A-1)** Sea la función derivable $f:\Re\rightarrow\Re$ definida por $f(x)=\begin{cases}\dfrac{ax+b}{x-1} & si\quad x\leq 0\\ \ln(1+x) & si\quad x>0\end{cases}$

a) (1.5 puntos) Determina *a* y *b*.
b) (1 punto) Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$.

243. **(2021-M4-A-2)** (2.5 puntos) Halla *a, b* y *c* sabiendo que la función $f:\Re\rightarrow\Re$ dada por $f(x)=a+bsen(x)+csen(2x)$ tiene un punto crítico en el punto de abscisa $x=\pi$ y la recta $y=-\dfrac{1}{2}x+3$ es normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

244. **(2021-M5;Jun-A-1)** (2.5 puntos) Se sabe que la gráfica de f definida por $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+2}{x-1}$ (para $x\neq-1$) tiene una asíntota oblicua que pasa por el punto $(1,1)$ y tiene pendiente 2. Calcula *a* y *b*.

245. **(2021-M5;Jun-A-2)** Considera la función continua $f:\Re\rightarrow\Re$ definida por

$$f(x)=\begin{cases}(3x-6)e^x & si\quad x\leq 0\\ \dfrac{36(sen(x)-ax)}{x^3} & si\quad x>0\end{cases}$$

a) (1.5 puntos) Calcula *a*.
b) (1 punto) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-1$.

246. (2021-M6-A-1) (2.5 puntos) Sea la función continua $f:\Re \to \Re$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\ln\left(e^{x}+x^{3}\right)}{x} & si \quad x<0 \\ 4x^{2}+a & si \quad 0\le x<1 \\ b+sen\left(\pi x\right) & si \quad 1\le x \end{cases}$$

Determina a y b.

247. (2021-M6-A-2) Sea $f:\Re \to \Re$ la función definida por $f(x)=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$.

a) (1.25 puntos) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f.
b) (1.25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.