EJERCICIOS BLOQUE III: GEOMETRÍA

1. **(2001-M1-A-4)** (2.5 puntos) Determina el centro y el radio de la circunferencia que pasa por el origen de coordenadas, tiene su centro en el semieje positivo de abscisas y es tangente a la recta de ecuación $x+y=1$.

2. **(2001-M1-B-4)** (2.5 puntos) Considera los puntos $A(1,0,3)$, $B(3,-1,0)$, $C(0,-1,2)$ y $D(a,b,-1)$. Halla a y b sabiendo que la recta que pasa por A y B corta perpendicularmente a la recta que pasa por C y D.

3. **(2001-M2;Jun-A-4)** (2.5 puntos) Halla la ecuación del plano que pasa por el punto $A(1,0,-1)$, es perpendicular al plano $x-y+2z+1=0$ y es paralelo a la recta $\begin{cases} x-2y=0 \\ z=0 \end{cases}$.

4. **(2001-M2;Jun-B-3)** (2.5 puntos) Calcula a sabiendo que los planos $ax+y-7z=-5$ y $x+2y+a^2z=8$ se cortan en una recta que pasa por el punto $A(0,2,1)$ pero que no pasa por el punto $B(6,-3,2)$.

5. **(2001-M3-A-4)** Considera los planos $\pi_1 \equiv 2x+5=0$ y $\pi_2 \equiv 3x+3y-4=0$.
   a) (1.25 puntos) ¿Qué ángulo determinan ambos planos?
   b) (1.25 puntos) Halla el plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los dos planos dados.

6. **(2001-M3-B-4)** Sea r la recta de ecuaciones $r \equiv \begin{cases} 3x+2y=0 \\ 3x+z=0 \end{cases}$
   a) (1.5 puntos) Halla los puntos de r cuya distancia al origen es de 7 unidades.
   b) (1 punto) Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1,2,-1)$

7. **(2001-M4-A-4)** (2.5 puntos) Halla las coordenadas del punto simétrico de $A(0,-1,1)$ con respecto a la recta $\dfrac{x-5}{2}=y=\dfrac{z-2}{3}$

8. **(2001-M4-B-4)** (2.5 puntos) Halla el punto de la recta $x=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$ que equidista del punto $A(1,2,1)$ y del origen de coordenadas.

9. **(2001-M5-A-4)** Considera el plano $2x+y+2z-4=0$.
   a) (1.75 puntos) Halla el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano dado con los ejes de coordenadas.
   b) (0.75 puntos) Calcula la distancia del origen al plano dado.

10. **(2001-M5-B-3)** (2.5 puntos) Determina todos los puntos del plano $2x-y+2z-1=0$ que equidistan de los puntos $A(3,0,-2)$ y $B(1,2,0)$. ¿Qué representan geométricamente?

11. **(2001-M6;Sept-A-4)** (2.5 puntos) Considera los tres planos siguientes:
    $$\pi_1 \equiv x+y+z=1,\ \pi_2 \equiv x-y+z=2 \text{ y } \pi_3 \equiv 3x+y+3z=5$$
    ¿Se cortan π_1 y π_2? ¿Hay algún punto que pertenezca a los tres planos?

12. **(2001-M6;Sept-B-4)** (2.5 puntos) Considera los puntos $A(1,2,3)$, $B(3,2,1)$ y $C(2,0,2)$. Halla el punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano que contiene a A, B y C.

13. (2002-M1-A-4) Considera los puntos $A(1,-3,2)$, $B(1,1,2)$ y $C(1,1,-1)$.

a) (1.25 puntos) ¿Pueden ser A, B y C vértices consecutivos de un rectángulo? Justifica la respuesta.
b) (1.25 puntos) Halla, si es posible, las coordenadas de un punto D para que el paralelogramo $ABCD$ sea un rectángulo.

14. (2002-M1-B-4) Considera los puntos $A(1,1,1)$, $B(2,2,2)$, $C(1,1,0)$ y $D(1,0,0)$.
a) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que contiene a los puntos A y B y no corta a la recta determinada por C y D.
b) (1.25 puntos) Halla las ecuaciones de la recta determinada por los puntos medios de los segmentos AB y CD.

15. (2002-M2-A-3) (2.5 puntos) Considera los puntos $A(1,-1,2)$, $B(1,3,0)$ y $C(0,0,1)$.
Halla el punto simétrico de A respecto de la recta que pasa por B y C.

16. (2002-M2-B-3) Sea π el plano de ecuación $3x-y+2z-4=0$.
a) (1 punto) Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a π y pasa por el punto $P(1,-2,2)$.
b) (1.5 puntos) Halla la ecuación del plano π_2 perpendicular a ambos que contiene a la recta $r \equiv \begin{cases} x-y+z=1 \\ 2x+y-4z=1 \end{cases}$

17. (2002-M3;Sept-A-4) Los puntos $A(1,0,2)$ y $B(-1,0,-2)$ son vértices opuestos de un cuadrado.
a) (1 punto) Calcula el área del cuadrado.
b) (1.5 puntos) Calcula el plano perpendicular al segmento de extremos A y B que pasa por su punto medio.

18. (2002-M3;Sept-B-4) Considera el plano $\pi \equiv x-y+2z=3$ y el punto $A(-1,-4,2)$.
a) (1 punto) Halla la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por A.
b) (1.5 puntos) Halla el punto simétrico de A respecto de π.

19. (2002-M4;Jun-A-4) (2.5 puntos) Calcula la ecuación de una recta que pasa por el punto de intersección del plano $\pi \equiv x+y-z+6=0$ con la recta $s \equiv \frac{x}{3}=y-2=z+1$ y es paralela a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x+y-4=0 \\ 4x-3y+z-1=0 \end{cases}$

20. (2002-M4;Jun-B-4) (2.5 puntos) Calcula el área del triángulo de vértices $A(1,1,2)$, $B(1,0,-1)$ y $C(1,-3,2)$.

21. (2002-M5-A-4) (2.5 puntos) Determina la recta que no corta al plano de ecuación $x-y+z=7$ y cuyo punto más cercano al origen es $(1,2,3)$.

22. (2002-M5-B-4) (2.5 puntos) Sabiendo que las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y-z=1 \\ x-y=2 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x-2y-z=a \\ 2x+z=a \end{cases}$ se cortan, determina a y el punto de corte.

23. (2002-M6-A-4) (2.5 puntos) Halla el punto de la recta $r \equiv \begin{cases} x+3y+z=1 \\ y+z=-1 \end{cases}$ que está más cercano al punto $P(1,-1,0)$.

24. (2002-M6-B-4) Considera la recta r y el plano π siguientes:

$r \equiv \begin{cases} x+z-a=0 \\ y-az-1=0 \end{cases}$

$\pi \equiv 2x-y=b$

a) (1.5 puntos) Determina a y b sabiendo que r está contenida en π.
b) (1 punto) Halla la ecuación de un plano que contenga r y sea perpendicular a π.

25. (2003-M1;Sept-A-4) Se sabe que los puntos $A(1,0,-1)$, $B(3,2,1)$ y $C(-7,1,5)$ son vértices consecutivos de un paralelogramo $ABCD$.
a) (1 punto) Calcula las coordenadas del punto D.
b) (1.5 puntos) Halla el área del paralelogramo.

26. (2003-M1;Sept-B-4) (2.5 puntos) Los puntos $A(1,1,0)$ y $B(2,2,1)$ son vértices consecutivos de un rectángulo $ABCD$. Además, se sabe que los vértices C y D están contenidos en una recta que pasa por el origen de coordenadas. Halla C y D.

27. (2003-M2-A-4) (2.5 puntos) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3,1,-1)$, es paralela al plano $3x-y+z=4$ y corta a la recta intersección de los planos $x+z=4$ y $x-2y+z=1$.

28. (2003-M2-B-4) Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x+y-z=1 \\ y=2 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x-2y+z=0$.
a) (1 punto) Calcula el haz de planos que contienen a la recta r.
b) (1.5 puntos) Halla el plano que contiene a la recta r y corta al plano π en una recta paralela al plano $z=0$.

29. (2003-M3-A-4) Considera el punto $P(-2,3,0)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x+y+z+2=0 \\ 2x-2y+z+1=0 \end{cases}$
a) (1 punto) Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene a la recta r.
b) (1.5 puntos) Determina el punto de r más próximo a P.

30. (2003-M3-B-4) Considera una recta r y un plano π cuyas ecuaciones son, respectivamente,

$$\left.\begin{aligned} x&=t \\ y&=t \\ z&=0 \end{aligned}\right\} \quad (t\in\Re) \qquad \left.\begin{aligned} x&=\alpha \\ y&=\alpha \\ z&=\beta \end{aligned}\right\} \quad (\alpha,\beta\in\Re)$$

a) (1.25 puntos) Estudia la posición relativa de la recta r y el plano π.
b) (1.25 puntos) Dados los puntos $B(4,4,4)$ y $C(0,0,0)$, halla un punto A en la recta r de manera que el triángulo formado por los puntos A, B y C sea rectángulo en B.

31. (2003-M4;Jun-A-4) (2.5 puntos) Sabiendo que las rectas

$$r \equiv x=y=z \text{ y } s \equiv \begin{cases} x=1+\mu \\ y=3+\mu \\ z=-\mu \end{cases}$$

se cruzan, halla los puntos A y B, de r y s respectivamente, que están a mínima distancia.

32. (2003-M4;Jun-B-4) (2.5 puntos) Determina el punto P de la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$ que equidista de los planos $\pi_1 \equiv x+y+z+3=0$ y $\pi_2 \equiv \begin{cases} x=-3+\lambda \\ y=-\lambda+\mu \\ z=-6-\mu \end{cases}$

33. (2003-M5-A-4) Se sabe que el plano Π corta a los semiejes positivos de coordenadas en los puntos A, B y C, siendo las longitudes de los segmentos OA, OB y OC de 4 unidades, donde O es el origen de coordenadas.

a) (0.75 puntos) Halla la ecuación del plano Π.
b) (1 punto) Calcula el área del triángulo ABC.
c) (0.75 puntos) Obtén un plano paralelo al plano Π que diste 4 unidades del origen de coordenadas.

34. (2003-M5-B-4) (2.5 puntos) Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x=1+\alpha \\ y=\alpha \\ z=-\alpha \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x=\beta \\ y=2+2\beta \\ z=0 \end{cases}$$

35. (2003-M6-A-4) Considera el plano $\pi \equiv x-2y+1=0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x-3y+z=0 \\ x-y+az+2=0 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Halla el valor de a sabiendo que la recta está contenida en el plano.
b) (1.25 puntos) Calcula el ángulo formado por el plano π y la recta $s \equiv \begin{cases} x-3y+z=0 \\ x-y+z+2=0 \end{cases}$

36. (2003-M6-B-4) (2.5 puntos) Halla la ecuación de una circunferencia que pase por el punto $(-1,-8)$ y sea tangente a los ejes coordenados.

37. (2004-M1-A-4) (2.5 puntos) Calcula el área del triángulo de vértices $A(0,0,1)$, $B(0,1,0)$ y C, siendo C la proyección ortogonal del punto $(1,1,1)$ sobre el plano $x+y+z=1$.

38. (2004-M1-B-4) (2.5 puntos) Considera el punto $A(0,1,-1)$, la recta $r \equiv \begin{cases} x-2y+z=0 \\ 2x-z=-4 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x-2y-z=2$. Halla la ecuación de la recta que pasa por A, es paralela a π y corta a r.

39. (2004-M2;Sept-A-4) (2.5 puntos) Se sabe que el triángulo ABC es rectángulo en el vértice C, que pertenece a la recta intersección de los planos $y+z=1$ e $y-3z+3=0$, y que sus otros dos vértices son $A(2,0,1)$ y $B(0,-3,0)$. Halla C y el área del triángulo ABC.

40. (2004-M2;Sept-B-4) (2.5 puntos) Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=\alpha \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x=\beta \\ y=\beta-1 \\ z=-1 \end{cases}$$

41. (2004-M3-A-4) (2.5 puntos) Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} x = y \\ z = 2 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$

Halla la ecuación de una recta que corte a r y s y sea perpendicular al plano $z = 0$.

42. (2004-M3-B-4) Sean los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(2, -1, 3)$.

a) (1.5 puntos) Calcula la distancia del origen de coordenadas a la recta que pasa por A y por B.

b) (1 punto) Calcula el área del paralelogramo de vértices consecutivos $ABCD$ sabiendo que la recta determinada por los vértices C y D pasa por el origen de coordenadas.

43. (2004-M4-A-4) (2.5 puntos) Halla la distancia entre las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \dfrac{z-2}{-3} \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 1 = 1 - z \\ y = 0 \end{cases}$$

44. (2004-M4-B-4) (2.5 puntos) Considera los puntos $P(6, -1, -10)$, $Q(0, 2, 2)$ y R, que es el punto de intersección del plano $\pi \equiv 2x + \lambda y + z - 2 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ y = 1 \end{cases}$. Determina λ sabiendo que los puntos P, Q y R están alineados.

45. (2004-M5-A-4) Considera el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 7 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$

a) (1 punto) Halla la ecuación de un plano perpendicular a π y que contenga a la recta r.

b) (1.5 puntos) ¿Hay algún plano paralelo a π que contenga a la recta r? En caso afirmativo determina sus ecuaciones.

46. (2004-M5-B-4) Las rectas $r \equiv \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ x + y - z - 6 = 0 \end{cases}$ contienen dos lados de un cuadrado.

a) (1.25 puntos) Calcula el área del cuadrado.

b) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que contiene al cuadrado.

47. (2004-M6;Jun-A-4) Sean los puntos $A(1, 2, 1)$, $B(2, 3, 1)$, $C(0, 5, 3)$ y $D(-1, 4, 3)$.

a) (1 punto) Prueba que los cuatro puntos están en el mismo plano. Halla la ecuación de dicho plano.

b) (0.75 puntos) Demuestra que el polígono de vértices consecutivos $ABCD$ es un rectángulo.

c) (0.75 puntos) Calcula el área de dicho rectángulo.

48. (2004-M6;Jun-B-4) (2.5 puntos) Dados los vectores $\vec{u} = (2, 1, 0)$ y $\vec{v} = (-1, 0, 1)$, halla un vector unitario $\vec{w}$ que sea coplanario con $\vec{u}$ y $\vec{v}$ y ortogonal a $\vec{v}$.

49. (2005-M1;Jun-A-4) Considera el punto $P(2, 0, 1)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x + 2y = 6 \\ z = 2 \end{cases}$

a) (1 punto) Halla la ecuación del plano que contiene a P y a r.

b) (1.5 puntos) Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.

50. (2005-M1;Jun-B-4) Sean los vectores $\vec{v}_1=(0,1,0)$, $\vec{v}_2=(2,1,-1)$ y $\vec{v}_3=(2,3,-1)$.

a) (0.75 puntos) ¿Son los vectores $\vec{v}_1,\vec{v}_2$ y $\vec{v}_3$ linealmente dependientes?

b) (0.75 puntos) ¿Para qué valores de a el vector $(4,a+3,-2)$ puede expresarse como combinación lineal de los vectores $\vec{v}_1,\vec{v}_2$ y $\vec{v}_3$?

c) (1 punto) Calcula un vector unitario y perpendicular a $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$.

51. (2005-M2-A-4) Sea el punto $P(1,0,-3)$ y la recta $r\equiv\begin{cases}2x-y-1=0\\ x+z=0\end{cases}$

a) (1 punto) Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a r.

b) (1.5 puntos) Calcula las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r.

52. (2005-M2-B-4) Se sabe que los puntos $A(m,0,1)$, $B(0,1,2)$, $C(1,2,3)$ y $D(7,2,1)$ están en un mismo plano.

a) (1.5 puntos) Halla m y calcula la ecuación de dicho plano.

b) (1 punto) ¿Están los puntos B,C y D alineados?

53. (2005-M3-A-4) Se sabe que las rectas $r\equiv\begin{cases}x+y-z-3=0\\ x+2y-2=0\end{cases}$ y $s\equiv\begin{cases}ax+6y+6=0\\ x-2z+2=0\end{cases}$ son paralelas.

a) (1.5 puntos) Calcula a.

b) (1 punto) Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

54. (2005-M3-B-4) Considera las rectas $r\equiv\begin{cases}x+z-2=0\\ x-y-1=0\end{cases}$ y $s\equiv\dfrac{x}{2}=y-1=\dfrac{z}{3}$.

a) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano π que contiene a s y es paralelo a r.

b) (1.25 puntos) Calcula la distancia de la recta r al plano π.

55. (2005-M4-A-4) (2.5 puntos) Calcula la distancia entre las rectas

$$r\equiv\begin{cases}x=6+\lambda\\ y=1-2\lambda\\ z=5-7\lambda\end{cases}\ \text{y}\ s\equiv\begin{cases}2x-3y+1=0\\ 3x-y-2=0\end{cases}$$

56. (2005-M4-B-4) Sean $A(-3,4,0)$, $B(3,6,3)$ y $C(-1,2,1)$ los vértices de un triángulo.

a) (0.75 puntos) Halla la ecuación del plano π que contiene al triángulo.

b) (0.75 puntos) Halla la ecuación de la recta que es perpendicular a π y pasa por el origen de coordenadas.

c) (1 punto) Calcula el área del triángulo ABC.

57. (2005-M5-A-4) Considera el punto $A(0,-3,1)$, el plano $\pi\equiv 2x-2y+3z=0$ y la recta $r\equiv x+3=y=\dfrac{z-3}{2}$.

a) (1 punto) Determina la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r.

b) (1.5 puntos) Determina la ecuación de la recta que pasa por A, es paralela a π y corta a r.

58. (2005-M5-B-4) Se sabe que las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = b + t \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 6x + 2z = 2 \end{cases}$ están contenidas en un mismo plano.

a) (1.25 puntos) Calcula b.
b) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

59. (2005-M6;Sept-A-4) Considera un plano $\pi \equiv x + y + mz = 3$ y la recta $r \equiv x = y - 1 = \frac{z-2}{2}$

a) (0.75 puntos) Halla m para que r y π sean paralelos.
b) (0.75 puntos) Halla m para que r y π sean perpendiculares.
c) (1 punto) ¿Existe algún valor de m para que la recta r esté contenida en el plano π?

60. (2005-M6;Sept-B-4) Sean los planos $\pi_1 \equiv 2x + y - z + 5 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + 2y + z + 2 = 0$.

a) (1.5 puntos) Calcula las coordenadas del punto P sabiendo que está en el plano π_1 y que su proyección ortogonal sobre el plano π_2 es el punto $(1, 0, -3)$.
b) (1 punto) Calcula el punto simétrico de P respecto del plano π_2.

61. (2006-M1-A-4) Sean las rectas $r \equiv \begin{cases} x = a + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$; $s \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{3}$.

a) (1.5 puntos) Calcula el valor de a sabiendo que las rectas r y s se cortan.
b) (1 punto) Calcula el punto de corte.

62. (2006-M1-B-4) (2.5 puntos) Halla un punto A de la recta r de ecuación $x = y = z$ y un punto B de la recta s de ecuación $x = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$ de forma que la distancia entre A y B sea mínima.

63. (2006-M2;Sept-A-4) (2.5 puntos) Determina los puntos de la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \frac{z-3}{2} \end{cases}$ que equidistan del plano π de ecuación $x + z = 1$ y del plano π' de ecuación $y - z = 3$.

64. (2006-M2;Sept-B-4) Considera los puntos $A(1, 0, -2)$ y $B(-2, 3, 1)$.

a) (1 punto) Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en tres partes iguales.
b) (1.5 puntos) Calcula el área del triángulo de vértices A, B y C, donde C es un punto de la recta de ecuación $-x = y - 1 = z$. ¿Depende el resultado de la elección concreta del punto C?

65. (2006-M3;Jun-A-4) Considera el plano π de ecuación $2x + y - z + 2 = 0$ y la recta r de ecuación $\frac{x-5}{-2} = y = \frac{z-6}{m}$

a) (1 punto) Halla la posición relativa de r y π según los valores del parámetro m.
b) (0.75 puntos) Para $m = -3$, halla el plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π.
c) (0.75 puntos) Para $m = -3$, halla el plano que contiene a la recta r y es paralelo al plano π.

66. (2006-M3;Jun-B-4) Considere el punto $P(3,2,0)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x+y-z-3=0 \\ x+2z+1=0 \end{cases}$.

a) (1 punto) Halla la ecuación del plano que contiene al punto P y a la recta r.
b) (1.5 puntos) Determina las coordenadas del punto Q simétrico de P respecto de la recta r.

67. (2006-M4-A-4) Sean las rectas $r \equiv \dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z}{4}$; $s \equiv \begin{cases} 3x-2y+z=2 \\ -x+2y-3z=2 \end{cases}$.

a) (1.5 puntos) Determina la posición relativa de ambas rectas.
b) (1 punto) Halla la ecuación del plano que contiene a la recta r y es paralelo a la recta s.

68. (2006-M4-B-4) Considera la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x-2y+3z=0 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Determina la ecuación del plano que contiene a la recta r y no corta al eje OZ.
b) (1.25 puntos) Calcula la proyección ortogonal del punto $A(1,2,1)$ sobre la recta r.

69. (2006-M5-A-4) Considera los puntos $A(2,1,2)$ y $B(0,4,1)$ y la recta $r \equiv x = y-2 = \dfrac{z-3}{2}$

a) (1.5 puntos) Determina un punto C de la recta r que equidiste de los puntos A y B.
b) (1 punto) Calcula el área del triángulo de vértices ABC.

70. (2006-M5-B-4) (2.5 puntos) Halla la ecuación de un plano que sea paralelo al plano π de ecuación $x+y+z=1$ y forme con los ejes de coordenadas un triángulo de área $18\sqrt{3}$.

71. (2006-M6-A-4) (2.5 puntos) Sea la recta r de ecuación $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-3}{-1}$ y el plano π de ecuación $x-y+z+1=0$. Calcula el área del triángulo de vértices ABC, siendo A el punto de corte de la recta r y el plano π, B el punto $(2,1,2)$ de la recta r y C la proyección ortogonal del punto B sobre el plano π.

72. (2006-M6-B-4) (2.5 puntos) Halla las ecuaciones paramétricas de una recta sabiendo que corta a la recta r de ecuación $x=y=z$, es paralela al plano π de ecuación $3x+2y-z=4$ y pasa por el punto $A(1,2,-1)$.

73. (2007-M1;Sept-A-4)

a) (1.25 puntos) Halla los dos puntos que dividen al segmento de extremos $A(1,2,1)$ y $B(-1,0,3)$ en tres partes iguales.
b) (1.25 puntos) Determina la ecuación del plano perpendicular al segmento $\overline{AB}$ que pasa por su punto medio.

74. (2007-M1;Sept-B-4) Considera los vectores $\vec{u}=(1,1,m)$, $\vec{v}=(0,m,-1)$ y $\vec{w}=(1,2m,0)$

a) (1.25 puntos) Determina el valor de m para que los vectores $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ sean linealmente dependientes.
b) (1.25 puntos) Para el valor de m obtenido en el apartado anterior, expresa el vector $\vec{w}$ como combinación lineal de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

75. (2007-M2;Jun-A-4) Considera los planos de ecuaciones $x-y+z=0$ y $x+y-z=2$.

a) (1 punto) Determina la recta que pasa por el punto $A(1, 2, 3)$ y no corta a ninguno de los planos dados.
b) (1.5 puntos) Determina los puntos que equidistan de $A(1, 2, 3)$ y $B(2, 1, 0)$ y pertenecen a la recta intersección de los planos dados.

76. (2007-M2;Jun-B-4) Considera los puntos $A(0, 3, -1)$ y $B(0, 1, 5)$.
a) (1.25 puntos) Calcula los valores de x sabiendo que el triángulo ABC de vértices $A(0, 3, -1)$, $B(0, 1, 5)$ y $C(x, 4, 3)$ tiene un ángulo recto en C.
b) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos $(0, 1, 5)$ y $(3, 4, 3)$ y es paralelo a la recta definida por las ecuaciones $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

77. (2007-M3-A-4) Sean las rectas $r \equiv \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-k}{4} = \dfrac{z}{5}$; $s \equiv \dfrac{x+2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-3}{3}$.
a) (1.25 puntos) Halla k sabiendo que las rectas r y s se cortan en un punto.
b) (1.25 puntos) Determina la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

78. (2007-M3-B-4) (2.5 puntos) Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación $x + 2y + 3z - 1 = 0$ que corta perpendicularmente a la recta definida por $\begin{cases} x = 2z + 4 \\ y = 2z + 3 \end{cases}$ en el punto $(2, 1, -1)$.

79. (2007-M4-A-4) Considera la recta r definida por $\dfrac{x-1}{\alpha} = \dfrac{y}{4} = \dfrac{z-1}{2}$ y el plano π de ecuación $2x - y + \beta z = 0$. Determina α y β en cada uno de los siguientes casos:
a) (1 punto) La recta r es perpendicular al plano π.
b) (1.5 puntos) La recta r está contenida en el plano π.

80. (2007-M4-B-4) (2.5 puntos) Calcula la distancia del punto $P(1, -3, 7)$ a su punto simétrico respecto de la recta definida por $\left.\begin{array}{r} 3x - y - z - 2 = 0 \\ x + y - z + 6 = 0 \end{array}\right\}$

81. (2007-M5-A-4)
a) (1.5 puntos) Encuentra la ecuación de la recta r que pasa por el origen de coordenadas y es paralela a los planos π_1 de ecuación $x + y + z = 3\sqrt{3}$ y π_2 de ecuación $-x + y + z = 2$.
b) (1 punto) Halla la distancia de la recta r al plano π_1.

82. (2007-M5-B-4) Considera el punto $P(1, 0, -2)$ y la recta r definida por $\begin{cases} 2x - y \quad = 5 \\ 2x + y - 4z = 7 \end{cases}$
a) (1.5 puntos) Determina la recta perpendicular a r que pasa por P.
b) (1 punto) Halla la distancia entre el punto P y su simétrico Q respecto de la recta r.

83. (2007-M6-A-4) Considera el plano π de ecuación $2x + 2y - z - 6 = 0$ y el punto $P(1, 0, -1)$
a) (1.25 puntos) Calcula la recta que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π.
b) (1.25 puntos) Encuentra el punto simétrico de P respecto del plano π.

84. (2007-M6-B-4) Considera el plano π de ecuación $2x+2y-z-6=0$ y la recta r definida por $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$.

a) (1.25 puntos) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano π con los ejes de coordenadas.

b) (1.25 puntos) Calcula, razonadamente, la distancia de la recta r al plano π.

85. (2008-M1-A-4) Los puntos $A(-2,3,1)$, $B(2,-1,3)$ y $C(0,1,-2)$ son vértices consecutivos del paralelogramo $ABCD$.

a) (1 punto) Halla las coordenadas del vértice D.

b) (1 punto) Encuentra la ecuación de la recta que pasa por B y es paralela a la diagonal AC.

c) (0.5 puntos) Halla la ecuación del plano que contiene a dicho paralelogramo.

86. (2008-M1-B-4) Sea la recta r dada por $\begin{cases} 2x+y-mz=2 \\ x-y-z=-m \end{cases}$

y el plano π definido por $x+my-z=1$.

a) (1 punto) ¿Existe algún valor de m para el que π y r son paralelos?

b) (1 punto) ¿Para qué valor de m está la recta contenida en el plano?

c) (0.5 puntos) ¿Cuál es la posición relativa de la recta y el plano cuando $m=0$?

87. (2008-M2;Sept-A-4) Sea la recta s dada por $\begin{cases} x-z=-1 \\ 2y+z=3 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a la recta s y que contiene a la recta r dada por $x-1=-y+2=z-3$.

b) (1.25 puntos) Estudia la posición relativa de la recta s y el plano π_2, de ecuación $x+y=3$, y deduce la distancia entre ambos.

88. (2008-M2;Sept-B-4) Dados los puntos $A(1,1,0)$, $B(1,1,2)$ y $C(1,-1,1)$.

a) (1.5 puntos) Comprueba que no están alineados y calcula el área del triángulo que determinan.

b) (1 punto) Halla la ecuación del plano que contiene al punto A y es perpendicular a la recta determinada por B y C.

89. (2008-M3;Jun-A-4) Dada la recta r definida por $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{1}$

a) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a r.

b) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y es perpendicular a r.

90. (2008-M3;Jun-B-4) (2.5 puntos) Dados los puntos $A(2,1,1)$ y $B(0,0,1)$, halla los puntos C en el eje OX tales que el área del triángulo de vértices A, B y C es 2.

91. (2008-M4-A-4) Considera la recta r definida por $\begin{cases} x=0 \\ 3y+z=3 \end{cases}$

y la recta s definida por $\begin{cases} 2x-z=3 \\ y=0 \end{cases}$

a) (1 punto) Estudia la posición relativa de r y s.

b) (1.5 puntos) Halla la ecuación general de un plano que contiene a s y es paralelo a r.

92. (2008-M4-B-4) (2.5 puntos) Sea la recta r definida por $\begin{cases} x = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$ y sean los planos π_1, de ecuación $x + y + z = 0$, y π_2, de ecuación $y + z = 0$. Halla la recta contenida en el plano π_1, que es paralela al plano π_2 y que corta a la recta r.

93. (2008-M5-A-4) Se sabe que los planos de ecuaciones $x + 2y + bz = 1$, $2x + y + bz = 0$, $3x + 3y - 2z = 1$ se cortan en una recta r.

a) (1.25 puntos) Calcula el valor de b.
b) (1.25 puntos) Halla unas ecuaciones paramétricas de r.

94. (2008-M5-B-4) (2.5 puntos) Dados los puntos $A(2,1,-1)$ y $B(-2,3,1)$ y la recta r definida por las ecuaciones $\begin{cases} x - y - z = -1 \\ 3x - 2z = -5 \end{cases}$ halla las coordenadas de un punto de la recta r que equidiste de los puntos A y B.

95. (2008-M6-A-4) Se considera la recta r definida por $mx = y = z + 2$, $(m \neq 0)$, y la recta s definida por $\dfrac{x-4}{4} = y - 1 = \dfrac{z}{2}$

a) (1.5 puntos) Halla el valor de m para el que r y s son perpendiculares.
b) (1 punto) Deduce razonadamente si existe algún valor de m para el que r y s son paralelas.

96. (2008-M6-B-4) Considera los puntos $A(2,0,1)$, $B(-1,1,2)$, $C(2,2,1)$ y $D(3,1,0)$.

a) (1 punto) Calcula la ecuación del plano π que contiene a los puntos B, C y D.
b) (1.5 puntos) Halla el punto simétrico de A respecto del plano π.

97. (2009-M1-A-4) Considera el punto $A(1,-2,1)$ y la recta r definida por las ecuaciones $\begin{cases} x + y \quad\;\; = 2 \\ 2x + y + z = 7 \end{cases}$

a) (1 punto) Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por A.
b) (1.5 puntos) Calcula la distancia del punto A a la recta r.

98. (2009-M1-B-4) (2.5 puntos) Considera la recta r definida por $\begin{cases} y = -1 \\ 2x - z = 2 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = 4 + 3\lambda \\ y = 3 - \lambda \\ z = 5 + 4\lambda \end{cases}$

Halla la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s.

99. (2009-M2;Sept-A-4) Considera el punto $P(1,0,0)$, la recta r definida por $x - 3 = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{-2}$ y la recta s definida por $(x, y, z) = (1,1,0) + \lambda(-1,2,0)$.

a) (1.25 puntos) Estudia la posición relativa de r y s.
b) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que pasando por P es paralelo a r y s.

100. (2009-M2;Sept-B-4) Considera la recta r definida por $\begin{cases} x-y+3=0 \\ x+y-z-1=0 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} 2y+1=0 \\ x-2z+3=0 \end{cases}$

a) (1.5 puntos) Determina la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s.
b) (1 punto) ¿Existe algún plano que contenga a r y sea perpendicular a s? Razona la respuesta.

101. (2009-M3;Jun-A-4) (2.5 puntos) Se considera la recta r definida por $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=\lambda-2 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} x=\mu \\ y=\mu-1 \\ z=-1 \end{cases}$

Halla la ecuación de la recta perpendicular común a r y s.

102. (2009-M3;Jun-B-4) Considera la recta r definida por $\begin{cases} x+y=2 \\ y+z=0 \end{cases}$ y la recta s que pasa por los puntos $A(2,1,0)$ y $B(1,0,-1)$.

a) (1 punto) Estudia la posición relativa de ambas rectas.
b) (1.5 puntos) Determina un punto C de la recta r tal que los segmentos $\overline{CA}$ y $\overline{CB}$ sean perpendiculares.

103. (2009-M4-A-4) Considera el punto $P(1,0,-2)$, la recta r definida por $\begin{cases} x-2y-1=0 \\ y+z-2=0 \end{cases}$ y el plano π de ecuación $2x+y+3z-1=0$.

a) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que pasa por P, es paralelo a r y es perpendicular a π.
b) (1.25 puntos) Halla la ecuación de la recta que pasa por P, corta a r y es paralela a π.

104. (2009-M4-B-4) Considera el plano π de ecuación $3x-2y-2z=7$ y la recta r definida por

$$\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{2}$$

a) (1.25 puntos) Determina la ecuación del plano paralelo a π que contiene a r.
b) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano ortogonal a π que contiene a r.

105. (2009-M5-A-4) (2.5 puntos) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(1,1,-1)$, es paralela al plano de ecuación $x-y+z=1$ y corta al eje Z.

106. (2009-M5-B-4) Sea la recta r definida por $\begin{cases} 3x+2y=0 \\ 3x+z=0 \end{cases}$

a) (1 punto) Determina la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1,1,1)$.
b) (1.5 puntos) Halla los puntos de r cuya distancia al origen es de 4 unidades.

107. (2009-M6-A-4) Sean la recta r definida por $\begin{cases} x-y=-2 \\ x-z=-3 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} x=1 \\ 2y-z=-2 \end{cases}$

a) (1 punto) Estudia la posición relativa de r y s.
b) (1.5 puntos) Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r.

108. (2009-M6-B-4) Sea el punto $P(2,3,-1)$ y la recta r definida por $\begin{cases} x+y+2z=1 \\ x-2y-4z=1 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r.
b) (1.25 puntos) Halla el punto de r que está más cerca de P.

109. (2010-M1-A-4) Considera los puntos $A(1, 0, 2)$, $B(-1, 2, 4)$ y la recta r definida por

$$\frac{x+2}{2}=y-1=\frac{z-1}{3}$$

a) (1.5 puntos) Determina la ecuación del plano formado por los puntos que equidistan de A y de B.
b) (1 punto) Halla la ecuación del plano paralelo a r y que contiene los puntos A y B.

110. (2010-M1-B-4) Considera los puntos $A(1, 1, 1)$, $B(0, -2, 2)$, $C(-1, 0, 2)$ y $D(2, -1, 2)$.

a) (1 punto) Calcula el volumen del tetraedro de vértices *A*, *B*, *C* y *D*.
b) (1.5 puntos) Determina la ecuación de la recta que pasa por *D* y es perpendicular al plano que contiene a los puntos *A*, *B* y *C*.

111. (2010-M2;Jun-A-4) Considera las rectas *r* y *s* de ecuaciones

$$x-1=y=1-z \quad \text{y} \quad \begin{cases} x-2y=-1 \\ y+z=1 \end{cases}$$

a) (0.75 puntos) Determina su punto de corte.
b) (1 punto) Halla el ángulo que forman *r* y *s*.
c) (0.75 puntos) Determina la ecuación del plano que contiene a *r* y *s*.

112. (2010-M2;Jun-B-4) Los puntos $P(2, 0, 0)$ y $Q(-1, 12, 4)$ son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice *S* pertenece a la recta *r* de ecuación

$$\begin{cases} 4x+3z=33 \\ y=0 \end{cases}$$

a) (1.5 puntos) Calcula las coordenadas del punto *S* sabiendo que *r* es perpendicular a la recta que pasa por *P* y *S*.
b) (1 punto) Comprueba si el triángulo es rectángulo.

113. (2010-M3-A-4) Considera los puntos $A(1, 2, 1)$ y $B(-1, 0, 3)$.

a) (1.25 puntos) Calcula las coordenadas de los puntos que dividen el segmento *AB* en tres partes iguales.
b) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano perpendicular al segmento AB y que pasa por A.

114. (2010-M3-B-4) Considera el plano π definido por $2x-y+nz=0$ y la recta r dada por

$$\frac{x-1}{m}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{2} \text{ con } m\neq 0.$$

a) (1.25 puntos) Calcula *m* y *n* para que la recta *r* sea perpendicular al plano π.

b) (1.25 puntos) Calcula m y n para que la recta r esté contenida en el plano π.

115. (2010-M4-A-4) (2.5 puntos) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de intersección del plano $6x+3y+2z=6$ con los ejes de coordenadas.

116. (2010-M4-B-4) Sean los puntos $A(1,1,1)$, $B(-1,2,0)$, $C(2,1,2)$ y $D(t,-2,2)$.

a) (1.25 puntos) Determina el valor de t para que A, B, C y D estén en el mismo plano.

b) (1.25 puntos) Halla la ecuación de un plano perpendicular al segmento determinado por A y B, que contenga al punto C.

117. (2010-M5;Sept-A-4) (2.5 puntos) Halla la ecuación del plano que es paralelo a la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x-2y+11=0 \\ 2y+z-19=0 \end{cases}$ y contiene a la recta s definida por $\begin{cases} x=1-5\lambda \\ y=-2+3\lambda \\ z=2+2\lambda \end{cases}$

118. (2010-M5;Sept-B-4) Considera los planos π_1, π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones $x+y=1$, $ay+z=0$ y $x+(1+a)y+az=a+1$

a) (1.5 puntos) ¿Cuánto ha de valer a para que no tengan ningún punto en común?

b) (1 punto) Para $a=0$, determina la posición relativa de los planos.

119. (2010-M6-A-4) (2.5 puntos) Halla el punto simétrico de $P(1,1,1)$ respecto de la recta r de ecuación $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$

120. (2010-M6-B-4) Sean los puntos $A(2,\lambda,\lambda)$, $B(-\lambda,2,0)$ y $C(0,\lambda,\lambda-1)$.

a) (1 punto) ¿Existe algún valor de $\lambda \in \Re$ para el que los puntos A, B y C estén alineados? Justifica la respuesta.

b) (1.5 puntos) Para $\lambda=1$ halla la ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices A, B y C. Calcula la distancia del origen de coordenadas a dicho plano.

121. (2011-M1-A-4) Dados los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,0,1)$ y $P(1,-1,1)$, y la recta r definida por $\begin{cases} x-y-2=0 \\ z=0 \end{cases}$

a) (2 puntos) Halla los puntos de la recta r cuya distancia al punto P es de 3 unidades.

b) (0.5 puntos) Calcula el área del triángulo ABP.

122. (2011-M1-B-4) Dados el punto $P(1,1,-1)$ y la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x+z=1 \\ y+z=0 \end{cases}$

a) (1 punto) Halla la ecuación del plano que contiene a r y pasa por P.

b) (1.5 puntos) Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación $y+z=0$, que es perpendicular a r y pasa por P.

123. (2011-M2;Sept-A-4) Considera los puntos $A(-1,k,3)$, $B(k+1,0,2)$, $C(1,2,0)$ y $D(2,0,1)$.

a) (1.25 puntos) ¿Existe algún valor de k para el que los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{CD}$ sean linealmente dependientes?

b) (1.25 puntos) Calcula los valores de k para los que los puntos A, B, C y D forman un tetraedro de volumen 1.

124. (2011-M2;Sept-B-4) Dados el plano π de ecuación $x+2y-z=0$ y la recta r de ecuaciones $\begin{cases} 3x-y=5 \\ x+y-4z=-13 \end{cases}$

a) (0.75 puntos) Halla el punto de intersección del plano π y la recta r.
b) (1.75 puntos) Halla el punto simétrico del punto $Q(1,-2,3)$ respecto del plano π.

125. (2011-M3-A-4) Sea el punto $P(2,3,-1)$ y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases} x=1 \\ y=-2\lambda \\ z=\lambda \end{cases}$

a) (1 punto) Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por P.
b) (1.5 puntos) Calcula la distancia del punto P a la recta r y determina el punto simétrico de P respecto de r.

126. (2011-M3-B-4) (2.5 puntos) Considera los planos π_1 y π_2 dados respectivamente por las ecuaciones $(x,y,z)=(-2,0,7)+\lambda(1,-2,0)+\mu(0,1,-1)$ y $2x+y-z+5=0$.
Determina los puntos de la recta r definida por $x=y+1=\frac{z-1}{-3}$ que equidistan de π_1 y π_2.

127. (2011-M4-A-4) Dada la recta r definida por $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{2}=-z+3$ y la recta s definida por $\begin{cases} x=1 \\ 2y-z=-2 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a r.
b) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r.

128. (2011-M4-B-4) Dada la recta r definida por $\frac{x+7}{2}=\frac{y-7}{-1}=z$ y la recta s definida por $\begin{cases} x=2 \\ y=-5 \\ z=\lambda \end{cases}$

a) (1.75 puntos) Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas.
b) (0.75 puntos) Calcula la distancia entre r y s.

129. (2011-M5-A-4) Considera los puntos $A(1,0,2)$ y $B(1,2,-1)$.

a) (1.25 puntos) Halla un punto C de la recta de ecuación $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}=z$ que verifica que el triángulo de vértices A, B y C tiene un ángulo recto en B.
b) (1.25 puntos) Calcula el área del triángulo de vértices A, B y D, donde D es el punto de corte del plano de ecuación $2x-y+3z=6$ con el eje OX.

130. (2011-M5-B-4) (2.5 puntos) Considera los planos π_1, π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones $3x-y+z-4=0$, $x-2y+z-1=0$ y $x+z-4=0$.
Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(3,1,-1)$, es paralela al plano π_1 y corta a la recta intersección de los planos π_2 y π_3.

131. **(2011-M6;Jun-A-4)** (2.5 puntos) Determina el punto simétrico del punto $A(-3, 1, 6)$ respecto de la recta r de ecuaciones $x-1=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+1}{2}$.

132. **(2011-M6;Jun-B-4)** Considera los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(2, 1, 0)$, y la recta r dada por $\begin{cases} x+y=1 \\ x+z=2 \end{cases}$

a) (1.75 puntos) Determina la ecuación del plano que es paralelo a r y pasa por A y B.
b) (0.75 puntos) Determina si la recta que pasa por los puntos $P(1, 2, 1)$ y $Q(3, 4, 1)$ está contenida en dicho plano.

133. **(2012-M1-A-4)** El punto $M(1, -1, 0)$ es el centro de un paralelogramo y $A(2, 1, -1)$ y $B(0, -2, 3)$ son dos vértices consecutivos del mismo.

a) (1 punto) Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.
b) (1.5 puntos) Determina uno de los otros dos vértices y calcula el área de dicho paralelogramo.

134. **(2012-M1-B-4)** (2.5 puntos) Calcula de manera razonada la distancia del eje OX a la recta r de ecuaciones $\begin{cases} 2x-3y=4 \\ 2x-3y-z=0 \end{cases}$

135. **(2012-M2-A-4)** Dadas las rectas $r \equiv \dfrac{x+3}{-6}=\dfrac{y-9}{4}=\dfrac{z-8}{4}$ y $s \equiv \dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-9}{-2}=\dfrac{z-8}{-2}$

a) (1 punto) Determina la posición relativa de las rectas r y s.
b) (1.5 puntos) Calcula la distancia entre r y s.

136. **(2012-M2-B-4)** (2.5 puntos) Los puntos $A(1, 1, 5)$ y $B(1, 1, 2)$ son vértices consecutivos de un rectángulo $ABCD$. El vértice C, consecutivo a B, está en la recta $x=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. Determina los vértices C y D.

137. **(2012-M3;Jun-A-4)** Sean los puntos $A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, -1)$, $C(0, 1, -2)$ y $D(1, 2, 0)$.

a) (1 punto) Halla la ecuación del plano π determinado por los puntos A, B y C.
b) (0.5 puntos) Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios.
c) (1 punto) Calcula la distancia del punto D al plano π.

138. **(2012-M3;Jun-B-4)** (2.5 puntos) Halla el punto simétrico de $P(2, 1, -5)$ respecto de la recta r definida por $\begin{cases} x-z=0 \\ x+y+2=0 \end{cases}$

139. **(2012-M4;Sept-A-4)** De un paralelogramo $ABCD$ conocemos tres vértices consecutivos: $A(2, -1, 0)$, $B(-2, 1, 0)$ y $C(0, 1, 2)$.

a) (1 punto) Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.
b) (0.75 puntos) Halla el área de dicho paralelogramo.
c) (0.75 puntos) Calcula el vértice D.

140. **(2012-M4;Sept-B-4)** Sean r y s las rectas dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x+y-z=6 \\ x+z=3 \end{cases} \qquad s \equiv \frac{x-1}{-1}=\frac{y+1}{6}=\frac{z}{2}$$

a) (1.25 puntos) Determina el punto de intersección de ambas rectas.
b) (1.25 puntos) Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

141. **(2012-M5-A-4)** Se consideran los vectores $\vec{u}=(k,1,1)$, $\vec{v}=(2,1,-2)$ y $\vec{w}=(1,1,k)$, donde k es un número real.

a) (0.75 puntos) Determina los valores de k para los que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.
b) (1 punto) Determina los valores de k para los que $\vec{u}+\vec{v}$ y $\vec{v}-\vec{w}$ son ortogonales.
c) (0.75 puntos) Para $k=-1$, determina aquellos vectores que son ortogonales a $\vec{v}$ y $\vec{w}$ y tienen módulo 1.

142. **(2012-M5-B-4)** (2.5 puntos) Encuentra los puntos de la recta $r \equiv \frac{x-1}{4}=\frac{2-y}{2}=z-3$ cuya distancia al plano $\pi \equiv x-2y+2z=1$ vale cuatro unidades.

143. **(2012-M6-A-4)** (2.5 puntos) Determina el punto P de la recta $r \equiv \frac{x+3}{2}=\frac{y+5}{3}=\frac{z+4}{3}$ que equidista del origen de coordenadas y del punto $A(3,2,1)$.

144. **(2012-M6-B-4)** Considera el punto $P(1,0,2)$ y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases} 2x-y-4=0 \\ y+2z-8=0 \end{cases}$

a) (1 punto) Calcula la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.
b) (1.5 puntos) Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.

145. **(2013-M1-A-4)** (2.5 puntos) Determina el punto de la recta $r \equiv \frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}=z+1$ que equidista de los planos

$$\pi_1 \equiv x-y+3z+2=0 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv \begin{cases} x=-4+\lambda-3\mu \\ y=1+\lambda \\ z=\mu \end{cases}$$

146. **(2013-M1-B-4)** Considera los puntos $A(0,5,3)$, $B(-1,4,3)$, $C(1,2,1)$ y $D(2,3,1)$.

a) (1.75 puntos) Comprueba que los cuatro puntos son coplanarios y que $ABCD$ es un rectángulo.
b) (0.75 puntos) Calcula el área de dicho rectángulo.

147. **(2013-M2;Sept-A-4)** Considera el plano π de ecuación $2x+y+3z-6=0$.

a) (1.5 puntos) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano π con los ejes coordenados.
b) (1 punto) Calcula el volumen del tetraedro determinado por el plano π y los planos coordenados.

148. **(2013-M2;Sept-B-4)** Considera los puntos $A(1,0,2)$, $B(-1,3,1)$, $C(2,1,2)$ y $D(1,0,4)$.

a) (1 punto) Halla la ecuación del plano que contiene a A, B y C.
b) (1.5 puntos) Halla el punto simétrico de D respecto del plano $x-y-5z+9=0$.

149. **(2013-M3-A-4)** Considera los puntos $A(1,2,1)$, $B(-1,0,2)$ y $C(3,2,0)$ y el plano π determinado por ellos.

a) (1.75 puntos) Halla la ecuación de la recta r que está contenida en π y tal que A y B son simétricos respecto de r.

b) (0.75 puntos) Calcula la distancia de A a r.

150. **(2013-M3-B-4)** Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2-3\lambda \\ y = 3+5\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x+y-1 = 0 \\ z-5 = 0 \end{cases}$$

a) (1 punto) Determina la posición relativa de r y s.

b) (1.5 puntos) Calcula la distancia entre r y s.

151. **(2013-M4-A-4)** Del paralelogramo $ABCD$ se conocen los vértices $A(-1,0,3)$, $B(2,-1,1)$ y $C(3,2,-3)$.

a) (1 punto) Halla la ecuación del plano que contiene al paralelogramo.

b) (1 punto) Halla la ecuación de la recta que contiene a la diagonal AC del paralelogramo.

c) (0.5 puntos) Calcula las coordenadas del vértice D.

152. **(2013-M4-B-4)** Considera los puntos $A(1,2,3)$ y $B(-1,0,4)$.

a) (1.25 puntos) Calcula las coordenadas de los puntos que dividen al segmento AB en tres partes iguales.

b) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que pasa por el punto A y es perpendicular al segmento AB.

153. **(2013-M5-A-4)** (2.5 puntos) Calcula la distancia entre las rectas

$$r \equiv x = y = z \quad \text{y} \quad s \equiv x-1 = y-2 = z-3 .$$

154. **(2013-M5-B-4)** (2.5 puntos) Considera las rectas

$$r \equiv x = y = z \qquad s \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad t \equiv \begin{cases} x = 1+2\lambda \\ y = 3\lambda \\ z = -1+\lambda \end{cases}$$

Halla la recta que corta a r y a s y es paralela a t.

155. **(2013-M6;Jun-A-4)** Sea r la recta que pasa por el punto $(1,0,0)$ y tiene como vector dirección $(a,2a,1)$ y sea s la recta dada por

$$\begin{cases} -2x+y = -2 \\ -ax+z = 0 \end{cases}$$

a) (1 punto) Calcula los valores de a para los que r y s son paralelas.

b) (1.5 puntos) Calcula, para $a=1$, la distancia entre r y s.

156. **(2013-M6;Jun-B-4)** Considera los puntos $P(2,3,1)$ y $Q(0,1,1)$.

a) (1.75 puntos) Halla la ecuación del plano π respecto del cual P y Q son simétricos.

b) (0.75 puntos) Calcula la distancia de P a π.

157. **(2014-M1;Jun-A-4)** Considera la recta r que pasa por los puntos $A(1,0,-1)$ y $B(-1,1,0)$.

a) (1 punto) Halla la ecuación de la recta s paralela a r que pasa por $C(-2,3,2)$.

b) (1.5 puntos) Calcula la distancia de r a s.

158. (2014-M1;Jun-B-4) Sea r la recta definida por $\begin{cases} x+2y-z=3 \\ 2x-y+z=1 \end{cases}$

a) (1.5 puntos) Determina la ecuación general del plano que contiene a r y pasa por el origen de coordenadas.
b) (1 punto) Halla las ecuaciones paramétricas del plano que corta perpendicularmente a r en el punto $(1,1,0)$.

159. (2014-M2-A-4) Sean los vectores $\vec{u}=(1,-1,0)$, $\vec{v}=(0,1,2)$ y $\vec{w}=(1+\alpha, 2\alpha, 2-3\alpha)$. Halla los valores de α en cada uno de los siguientes casos:

a) (1 punto) $\vec{u},\vec{v}$ y $\vec{w}$ están en el mismo plano.
b) (0.5 puntos) $\vec{w}$ es perpendicular a $\vec{u}$ y $\vec{v}$.
c) (1 punto) El volumen del tetraedro que tiene por aristas a los vectores $\vec{u},\vec{v}$ y $\vec{w}$ es $1/6$.

160. (2014-M2-B-4) Considera el punto $P(2,-2,0)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x+z-2=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Determina la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a r.
b) (1.25 puntos) Calcula la distancia de P a r.

161. (2014-M3-A-4) Considera los vectores $\vec{u}=(1,-1,3)$, $\vec{v}=(1,0,-1)$ y $\vec{w}=(\lambda,1,0)$.

a) (0.75 puntos) Calcula los valores de λ que hacen que $\vec{u}$ y $\vec{w}$ sean ortogonales.
b) (0.75 puntos) Calcula los valores de λ que hacen que $\vec{u},\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean linealmente independientes.
c) (1 punto) Para $\lambda=1$ escribe el vector $\vec{r}=(3,0,2)$ como combinación lineal de $\vec{u},\vec{v}$ y $\vec{w}$.

162. (2014-M3-B-4) Sea r la recta dada por $\frac{x+2}{2}=y+1=\frac{z-1}{-3}$ y sea s la recta dada por $\begin{cases} x-y-3=0 \\ 3y-z+6=0 \end{cases}$

a) (1 punto) Estudia la posición relativa de r y s.
b) (1.5 puntos) Halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s.

163. (2014-M4;Sept-A-4) Considera los puntos $A(1,1,2)$ y $B(1,-1,-2)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x=1+2t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$

a) (1 punto) Halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a la recta que pasa por A y B.
b) (1.5 puntos) Halla el punto de la recta r que está a la misma distancia de A y B.

164. (2014-M4;Sept-B-4) Sea r la recta que pasa por los puntos $A(1,0,-1)$ y $B(2,-1,3)$.

a) (1.25 puntos) Calcula la distancia del origen de coordenadas a la recta r.
b) (1.25 puntos) Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y pasa por el origen de coordenadas.

165. (2014-M5-A-4) Sean $A(-3,4,0)$, $B(3,6,3)$ y $C(-1,2,1)$ los vértices de un triángulo.

a) (1 punto) Halla la ecuación del plano π que contiene al triángulo.
b) (1 punto) Halla la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.
c) (0.5 puntos) Calcula el área del triángulo ABC.

166. (2014-M5-B-4) Considera el punto $A(8,-1,3)$ y la recta r dada por $\frac{x+1}{2}=y-2=\frac{z-1}{3}$.

a) (1.25 puntos) Calcula la ecuación del plano que pasa por A y es perpendicular a r.
b) (1.25 puntos) Halla el punto simétrico de A respecto de r.

167. (2014-M6-A-4) Sea r la recta definida por $\begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = 1+\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$ y s la recta dada por $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

a) (1.75 puntos) Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.
b) (0.75 puntos) Calcula la distancia entre r y s.

168. (2014-M6-B-4) Considera el plano π de ecuación $2x+y-z+2=0$, y la recta r de ecuación

$$\frac{x-5}{-2} = y = \frac{z-6}{-3}.$$

a) (0.5 puntos) Determina la posición relativa de π y r.
b) (1 punto) Halla la ecuación general del plano que contiene a r y es perpendicular a π.
c) (1 punto) Halla las ecuaciones paramétricas del plano paralelo a π que contiene a r.

169. (2015-M1-A-4) Considera los puntos $B(1,2,-3)$, $C(9,-1,2)$, $D(5,0,-1)$ y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x+y+1=0 \\ y-z=0 \end{cases}$$

a) (1.25 puntos) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son B, C y D.
b) (1.25 puntos) Halla un punto A en la recta r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en A.

170. (2015-M1-B-4) Considera el punto $P(1,0,-1)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x+y=0 \\ z-1=0 \end{cases}$

a) (1.5 puntos) Halla la distancia de P a r.
b) (1 punto) Determina la ecuación general del plano que pasa por P y contiene a r.

171. (2015-M2-A-4) (2.5puntos) Halla unas ecuaciones paramétricas para la recta r, que contiene al punto $P(3,-5,4)$ y corta perpendicularmente a la recta $s \equiv \frac{x-4}{5} = \frac{y-8}{-3} = \frac{z}{4}$.

172. (2015-M2-B-4) Sea r la recta de ecuación $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{4} = z$

a) (1.5 puntos) Halla el punto de r que equidista del origen de coordenadas y del punto $P(4,-2,2)$.
b) (1 punto) Determina el punto de la recta r más próximo al origen de coordenadas.

173. (2015-M3;Sept-A-4) Sea r la recta definida por $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \lambda - 2 \end{cases}$ y s la recta dada por $\begin{cases} x-y=1 \\ z=-1 \end{cases}$

a) (1.75 puntos) Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a las rectas dadas.
b) (0.75 puntos) Calcula la distancia entre r y s.

174. (2015-M3;Sept-B-4) Considera el plano π de ecuación $mx+5y+2z=0$ y la recta r dada por

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y}{n} = \frac{z-1}{2}$$

a) (1 punto) Calcula m y n en el caso en el que la recta r es perpendicular al plano π.
b) (1.5 puntos) Calcula m y n en el caso en el que la recta r está contenida en el plano π.

175. (2015-M4;Jun-A-4) Sean los puntos $A(0,1,1)$, $B(2,1,3)$, $C(-1,2,0)$ y $D(2,1,m)$.

a) (0.75 puntos) Calcula m para que A, B, C y D estén en un mismo plano.

b) (0.75 puntos) Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos *A* y *B* son simétricos.
c) (1 punto) Calcula el área del triángulo de vértices *A*, *B* y *C*.

176. (2015-M4;Jun-B-4) Sea el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 8 = 0$.

a) (1.5 puntos) Calcula el punto P', simétrico del punto $P(2,-1,5)$ respecto del plano π.
b) (1 punto) Calcula la recta r', simétrica de la recta $r \equiv \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$ respecto del plano π.

177. (2015-M5-A-4) Considera el punto $P(-3,1,6)$ y la recta *r* dada por $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ y - z + 2 = 0 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Determina la ecuación del plano que pasa por *P* y es perpendicular a *r*.
b) (1.25 puntos) Calcula las coordenadas del punto simétrico de *P* respecto de la recta *r*.

178. (2015-M5-B-4) Los puntos $A(0,1,1)$ y $B(2,1,3)$ son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice es un punto de la recta *r* dada por $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

a) (1 punto) Calcula las coordenadas de los posibles puntos *C* de *r* para que el triángulo *ABC* tenga un ángulo recto en el vértice *A*.
b) (1.5 puntos) Calcula las coordenadas de los posibles puntos *D* de *r* para que el triángulo *ABD* tenga un área igual a $\sqrt{2}$.

179. (2015-M6-A-4) Sean los planos $\pi \equiv x + 3y + 2z - 5 = 0$ y $\pi' \equiv -2x + y + 3z + 3 = 0$.

a) (1.5 puntos) Determina el ángulo que forman π y π'.
b) (1 punto) Calcula el volumen del tetraedro limitado por π y los planos coordenados.

180. (2015-M6-B-4) Sea el punto $P(1,6,-2)$ y la recta $r \equiv \frac{x-5}{6} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{2}$.

a) (1 punto) Halla la ecuación general del plano π que contiene al punto *P* y a la recta *r*.
b) (1.5 puntos) Calcula la distancia entre el punto *P* y la recta *r*.

181. (2016-M1-A-4) Considera el plano π de ecuación $x + 2y + z = 1$.

a) (1 punto) Halla el punto de π más próximo al punto $(3,1,2)$.
b) (1.5 puntos) Determina la ecuación de un plano paralelo a π que forme con los ejes de coordenadas un triángulo de área $\sqrt{6}$.

182. (2016-M1-B-4) Sea r la recta que pasa por los puntos $A(1,1,0)$ y $B(3,-1,1)$ y s la recta dada por $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ y + z = -1 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Halla la ecuación general del plano que pasa por el origen de coordenadas y es paralelo a las rectas dadas.
b) (1.25 puntos) Halla unas ecuaciones paramétricas del plano que pasa por B y es perpendicular a s.

183. (2016-M2;Jun-A-4) Considera el punto $P(1,0,5)$ y la recta r dada por $\begin{cases} y + 2z = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

a) (1 punto) Determina la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.
b) (1.5 puntos) Calcula la distancia de P a la recta r y el punto simétrico de P respecto a r.

184. (2016-M2;Jun-B-4) Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + 2y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

a) (1.5 puntos) Comprueba que ambas rectas son coplanarias y halla la ecuación del plano que las contiene.
b) (1 punto) Sabiendo que dos de los lados de un cuadrado están en las rectas r y s, calcula su área.

185. (2016-M3-A-4) Considera el paralelogramo de vértices consecutivos A, B, C y D siendo

$$A(1,0,-1),\ B(3,2,1) \text{ y } C(-7,1,5)$$

a) (0.75 puntos) Determina las coordenadas del punto D.
b) (1 punto) Calcula el área del paralelogramo.
c) (0.75 puntos) Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.

186. (2016-M3-B-4) Considera el punto $P(1,0,-1)$ y el plano π de ecuación $2x - y + z + 1 = 0$.
a) (1.5 puntos) Halla el simétrico del punto P respecto del plano π.
b) (1 punto) Determina la ecuación del plano que contiene al punto P, es perpendicular al plano π y es paralelo a la recta $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$.

187. (2016-M4-A-4) Sea r la recta dada por $\begin{cases} x + z = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ y sea s la recta definida por $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases}$

a) (1.75 puntos) Comprueba que las rectas r y s se cruzan y halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.
b) (0.75 puntos) Calcula la distancia entre r y s.

188. (2016-M4-B-4) Considera un rectángulo de vértices consecutivos A, B, C y D siendo $A(1,1,0)$ y $B(2,2,1)$. Sabiendo que la recta r que contiene a los puntos C y D pasa por el origen de coordenadas se pide:
a) (0.75 puntos) Halla unas ecuaciones paramétricas de r.
b) (1 punto) Calcula el área del triángulo ABC.
c) (0.75 puntos) Determina las coordenadas del punto D.

189. (2016-M5;Sept-A-4) Considera el punto $A(1,-1,1)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 \end{cases}$

a) (1.5 puntos) Calcula las coordenadas del punto simétrico de A respecto a r.
b) (1 punto) Determina la ecuación del plano que contiene a r y pasa por A.

190. (2016-M5;Sept-B-4) (2.5 puntos) Calcula la distancia entre las rectas dadas por las siguientes ecuaciones $x = y = z$ y $\begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 3 + \mu \\ z = -\mu \end{cases}$

191. **(2016-M6-A-4)** (2.5 puntos) Determina el punto de la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z}{3}$ que equidista de los planos $\pi \equiv x+y+z+3=0$ y $\pi' \equiv \begin{cases} x = -3+\lambda \\ y = -\lambda+\mu \\ z = -6-\mu \end{cases}$.

192. **(2016-M6-B-4)** Considera el plano π de ecuación $6x - my + 2z = 1$ y la recta r dada por

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-1}$$

a) (1 punto) Calcula m en el caso en que la recta r es perpendicular al plano π.
b) (1.5 puntos) ¿Existe algún valor de m para el que la recta r esté contenida en el plano π?

193. **(2017-M1-A-4)** Considera las rectas dadas por $r \equiv \begin{cases} x-y+1=0 \\ x-z+1=0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x = 1-t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$

a) (1.75 puntos) Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a *r* y a *s*.
b) (0.75 puntos) Halla la distancia entre las rectas *r* y *s*.

194. **(2017-M1-B-4)** Considera los puntos $A(1,3,-1)$ y $B(3,-1,-1)$.

a) (1.75 puntos) Determina la ecuación del plano respecto del cual *B* es el simétrico de *A*.
b) (0.75 puntos) Siendo $C(5,1,5)$, calcula el área del triángulo de vértices *A*, *B* y *C*.

195. **(2017-M2-A-4)** Sea π el plano determinado por los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$ y $C(0,0,\lambda)$, siendo λ un número real, y r la recta dada por $r \equiv \begin{cases} y - z = 3 \\ -x+2y = 3 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Halla la ecuación del plano que pasa por *A* y contiene a *r*.
b) (1.25 puntos) Estudia la posición relativa de r y π según los valores de λ.

196. **(2017-M2-B-4)** Considera el punto $P(-1,0,1)$, el vector $\vec{u} = (1,2,1)$ y el plano π de ecuación $y = 0$.

a) (1.25 puntos) Halla la ecuación de la recta que pasa por *P*, está contenida en π y cuyo vector director es perpendicular a $\vec{u}$.
b) (1.25 puntos) Determina la ecuación del plano que pasa por *P*, es perpendicular a π y del que $\vec{u}$ es un vector director.

197. **(2017-M3;Jun-A-4)** Considera el punto $P(1,-1,0)$ y la recta *r* dada por $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = -2 \\ z = t \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Determina la ecuación del plano que pasa por *P* y contiene a *r*.
b) (1.25 puntos) Halla las coordenadas del punto simétrico de *P* respecto de *r*.

198. **(2017-M3;Jun-B-4)** Considera los vectores $\vec{u} = (1,0,1)$, $\vec{v} = (0,2,1)$ y $\vec{w} = (m,1,n)$.

a) (1.25 puntos) Halla *m* y *n* sabiendo que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes y que $\vec{w}$ es ortogonal a $\vec{u}$.
b) (1.25 puntos) Para $n = 1$, halla los valores de m para que el tetraedro determinado por $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tenga volumen 10 unidades cúbicas.

199. **(2017-M4-A-4)** Considera los vectores $\vec{u}=(2,3,4)$, $\vec{v}=(-1,-1,-1)$ y $\vec{w}=(-1,\lambda,-5)$ siendo λ un número real.

a) (1.25 puntos) Halla los valores de λ para los que el paralelepípedo determinado por $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tiene volumen 6 unidades cúbicas.

b) (1.25 puntos) Determina el valor de λ para el que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.

200. **(2017-M4-B-4)** Sea r la recta que pasa por $A(4,3,6)$ y $B(-2,0,0)$ y sea s la recta dada por
$$\begin{cases} x=2+\lambda \\ y=\lambda \\ z=1-2\lambda \end{cases}$$

a) (1.25 puntos) Determina la posición relativa de r y s.

b) (1.25 puntos) Calcula, si existen, los puntos C de s tales que los vectores $\overrightarrow{CA}$ y $\overrightarrow{CB}$ son ortogonales.

201. **(2017-M5-A-4)** Considera los puntos $A(-1,-2,-1)$ y $B(1,0,1)$.

a) (1.25 puntos) Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos A y B son simétricos.

b) (1.25 puntos) Calcula la distancia de $P(-1,0,1)$ a la recta que pasa por los puntos A y B.

202. **(2017-M5-B-4)** Considera los puntos $A(1,1,1)$, $B(0,-2,2)$, $C(-1,0,2)$ y $D(2,-1,-2)$.

a) (1 punto) Calcula el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D.

b) (1.5 puntos) Determina la ecuación de la recta que pasa por D y es perpendicular al plano determinado por los puntos A, B y C.

203. **(2017-M6;Sept-A-4)** Los puntos $A(1,1,1)$, $B(2,2,2)$ y $C(1,3,3)$ son vértices consecutivos del paralelogramo $ABCD$.

a) (1 punto) Calcula el área del paralelogramo.

b) (1 punto) Halla la ecuación general del plano que contiene a dicho paralelogramo.

c) (0.5 puntos) Calcula las coordenadas del vértice D.

204. **(2017-M6;Sept-B-4)** Considera el punto $P(0,1,1)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x-2y = -5 \\ z = 2 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Determina la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r.

b) (1.25 puntos) Halla las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r.

205. **(2018-M1;Jun-A-4)** Considera los puntos $P(1,0,-1)$, $Q(2,1,1)$ y la recta r dada por
$$x-5=y=\frac{z+2}{-2}$$

a) (1.25 puntos) Determina el punto simétrico de P respecto de r.

b) (1.25 puntos) Calcula el punto de r que equidista de P y Q.

206. **(2018-M1;Jun-B-4)** Considera el punto $P(2,-1,3)$ y el plano π de ecuación $3x+2y+z=5$.

a) (1.75 puntos) Calcula el punto simétrico de P respecto de π.

b) (0.75 puntos) Calcula la distancia de P a π.

207. **(2018-M2-A-4)** Considera el plano π de ecuación $x+2y+z=6$.

a) (1 punto) Determina la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.

b) (0.5 puntos) Halla el punto simétrico del origen de coordenadas con respecto a π.

c) (1 punto) Calcula el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos de corte de π con los ejes de coordenadas.

208. (2018-M2-B-4) Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv x-2 \equiv y-2 \equiv z \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x = 4+t \\ y = 4+t \\ z = mt \end{cases}$$

a) (1 punto) Determina m para que r y s sean paralelas.
b) (0.5 puntos) Halla, si existe, un valor de m para el que ambas rectas sean la misma.
c) (1 punto) Para $m=1$, calcula la ecuación del plano que contiene a r y s.

209. (2018-M3-A-4) Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x+2y = z+4 \\ x+2y = 7 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x-2=0 \\ y+3=0 \end{cases}$$

a) (1 punto) Estudia y determina la posición relativa de r y s.
b) (1.5 puntos) Determina la recta perpendicular común a r y a s.

210. (2018-M3-B-4) Considera los puntos $A(2,-1,-2)$ y $B(-1,-1,2)$, y la recta r dada por

$$x-1 = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$$

a) (1 punto) Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en 3 segmentos de la misma longitud.
b) (1.5 puntos) Determina un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en C.

211. (2018-M4;Sept-A-4) Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} 2x-3y=-5 \\ y-2z=-1 \end{cases}$$

a) (1 punto) Estudia y determina la posición relativa de r y s.
b) (1.5 puntos) Calcula la distancia entre r y s.

212. (2018-M4;Sept-B-4) Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{m} = z \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x+nz=-2 \\ y-z=-3 \end{cases}$$

a) (1.5 puntos) Halla los valores de m y n para los que r y s se cortan perpendicularmente.
b) Para $m=3$ y $n=1$, calcula la ecuación general del plano que contiene a r y s.

213. (2018-M5-A-4) Se sabe que los puntos $A(-1,2,6)$ y $B(1,4,-2)$ son simétricos respecto de un plano π.

a) (0.75 puntos) Calcula la distancia de A a π.
b) (1.75 puntos) Determina la ecuación general del plano π.

214. (2018-M5-B-4) Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x+y=2 \\ z=2 \end{cases}$$

a) (1.75 puntos) Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.
b) (0.75 puntos) Calcula la distancia entre las rectas dadas.

215. (2018-M6-A-4) Sea r la recta que pasa por los puntos $A(3,6,7)$ y $B(7,8,3)$ y sea s la recta dada por

$$\begin{cases} x-4y-z=-10 \\ 3x-4y+z=-2 \end{cases}$$

a) (1.25 puntos) Determina la posición relativa de r y s.
b) (1.25 puntos) Calcula la distancia entre r y s.

216. (2018-M6-B-4)

a) (1.25 puntos) Determina la ecuación del plano que pasa por el punto $A(0,1,0)$ y es perpendicular a la recta r dada por $x+1=\frac{y+2}{2}=z-1$.
b) (1.25 puntos) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano de ecuación $2x+3y+4z=12$ con los ejes coordenados.

217. (2019-M1;Jun-A-4) Considera la recta $r\equiv\frac{x-2}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{1}$ y los planos $\pi_1\equiv x=0$ y $\pi_2\equiv y=0$.

a) (1.25 puntos) Halla los puntos de la recta r que equidistan de los planos π_1 y π_2.
b) (1.25 puntos) Determina la posición relativa de la recta r y la recta intersección de los planos π_1 y π_2.

218. (2019-M1;Jun-B-4) Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1,1,0)$, $B(1,0,2)$ y $C(0,2,1)$.

a) (1.25 puntos) Halla el área de dicho triángulo.
b) (1.25 puntos) Calcula el coseno del ángulo en el vértice A.

219. (2019-M2-A-4) Considera el punto $A(2,1,0)$ y los planos $\pi_1\equiv x+y+z=0$ y $\pi_2\equiv x-y+z=0$.

a) (1.25 puntos) Calcula la recta que pasa por A y es paralela a π_1 y π_2.
b) (1.25 puntos) Calcula los puntos de la recta $s\equiv\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{2}$ que equidistan de π_1 y π_2.

220. (2019-M2-B-4) Considera los puntos $A(0,3,-1)$ y $B(0,1,a)$ y el plano π de ecuación $x-y+z=0$.

a) (0.75 puntos) Determina a sabiendo que la recta que pasa por A y por B es paralela al plano π.
b) (0.75 puntos) Halla el punto de corte del plano π con la recta que pasa por A y es perpendicular a dicho plano.
c) (1 punto) Para $a=2$, halla el plano que contiene a los puntos A y B y es perpendicular al plano π.

221. (2019-M3-A-4) Considera la recta $r\equiv\begin{cases} x+y+2=0 \\ -y+z+5=0 \end{cases}$ y el plano $\pi\equiv 2x+y-mz=1$.

a) (1.25 puntos) Calcula m sabiendo que r y π son paralelos.
b) (1.25 puntos) Para $m=-1$, calcula la distancia entre r y π.

222. (2019-M3-B-4) (2.5 puntos) Halla cada uno de los puntos de la recta $r\equiv\begin{cases} x-y=0 \\ y-z=0 \end{cases}$ de manera que junto con los puntos $A(1,1,0)$, $B(1,0,1)$ y $C(0,1,1)$ formen un tetraedro de volumen $\frac{5}{6}$.

223. (2019-M4;Sept-A-4) Se consideran los vectores $\vec{u}(1,2,3)$, $\vec{v}(1,-2,-1)$ y $\vec{w}(2,\alpha,\beta)$, donde α y β son números reales.

a) (0.75 puntos) Determina los valores de α y β para los que $\vec{w}$ es ortogonal a los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

b) (0.75 puntos) Determina los valores de α y β para los que $\vec{w}$ y $\vec{v}$ tienen la misma dirección.

c) (1 punto) Para $\alpha = 8$, determina el valor de β para el que $\vec{w}$ es combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

224. (2019-M4;Sept-B-4) Considera las rectas $r \equiv \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-k}{2} = \dfrac{z}{2}$ y $s \equiv \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$.

a) (1.5 puntos) Halla k sabiendo que ambas rectas se cortan en un punto.

b) (1 punto) Para $k = 1$, halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s.

225. (2019-M5-A-4) Sea r la recta que pasa por el punto $P(2,-2,-1)$ con vector director $\vec{v}(k,3+k,-2k)$ y sea π el plano de ecuación $-x+2y+2z-1=0$.

a) (0.5 puntos) Calcula el valor de k para que r sea paralela a π.

b) (0.5 puntos) Calcula el valor de k para que r sea perpendicular a π.

c) (1.5 puntos) Para $k = -1$, calcula los puntos de r que distan 3 unidades de π.

226. (2019-M5-B-4) Considera el punto $P(-5,3,1)$ y la recta $r \equiv \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$.

a) (1 punto) Calcula la ecuación general del plano que pasa por P y contiene a r.

b) (1.5 puntos) Calcula la ecuación de la recta que pasa por P y corta perpendicularmente a r.

227. (2019-M6-A-4) Considera la recta $r \equiv \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{5}$ y el plano $\pi \equiv 2x+y-z+3=0$.

a) (1.25 puntos) Halla la ecuación general del plano perpendicular a π que contiene a r.

b) (1.25 puntos) Calcula la distancia entre r y π.

228. (2019-M6-B-4) Se consideran los puntos $A(0,-1,3)$, $B(2,3,-1)$ y la recta $r \equiv \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{3}$.

a) (1.25 puntos) Halla un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en A.

b) (1.25 puntos) Calcula los puntos de r que equidistan de los puntos A y B.

229. (2020-M1-A-4) Considera el tetraedro de vértices $A(0,0,0)$, $B(1,1,0)$, $C(0,1,3)$ y $D(1,0,3)$.

a) (1 punto) Calcula el volumen de dicho tetraedro.

b) (1.5 puntos) Calcula la medida de la altura trazada desde el vértice A de dicho tetraedro.

230. (2020-M1-B-4) Considera los puntos $A(-1,3,2)$, $B(2,-1,-1)$ y $C(a-2,7,b)$.

a) (1.25 puntos) Determina a y b para que los puntos A, B y C estén alineados.

b) (1.25 puntos) En el caso $a = b = 1$, halla la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano que contiene a los puntos A, B y C.

231. (2020-M2-A-4) Considera el punto $P(1,0,-1)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x-y+2z=5 \\ x-z=1 \end{cases}$

a) (1.5 puntos) Determine el punto simétrico de P respecto de la recta r.

b) (1 punto) Calcula el punto de la recta r que dista $\sqrt{6}$ unidades de P.

232. **(2020-M2-B-4)** Considera los vectores $\vec{u}=(2,1,0)$, $\vec{v}=(1,0,-1)$ y $\vec{w}=(a,b,1)$.

a) (1.5 puntos) Halla a y b sabiendo que los tres vectores son linealmente dependientes y que $\vec{w}$ es ortogonal a $\vec{u}$.

b) (1 punto) Para $a=1$, calcula el valor o valores de b para que el volumen del paralelepípedo formado por dichos vectores sea de 6 unidades cúbicas.

233. **(2020-M3-A-4)** Considera los puntos $A(t,2,-1)$, $B(0,1,1)$, $C(-1,0,2)$ y $D(2,3,-t-1)$.

a) (1.25 puntos) Calcula el valor o valores de t para que el volumen del tetraedro de vértices A, B, C, D sea 5 unidades cúbicas.

b) (1.25 puntos) Para $t=0$, calcula la distancia del punto A a la recta determinada por los puntos B y C.

234. **(2020-M3-B-4)** Considera el punto $A(0,1,-2)$ y los planos $\pi_1 \equiv 2x-y-z+5=0$ y $\pi_2 \equiv x+5y-6z-4=0$.

a) (1.5 puntos) Halla el punto simétrico de A respecto de π_1.

b) (1 punto) Determina la recta que pasa por A y es paralela a π_1 y π_2.

235. **(2020-M4;Sept-A-4)** Considera el plano $\pi \equiv x-y+az=0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} 4x-3y+4z=1 \\ 3x-2y+z=0 \end{cases}$

a) (1.5 puntos) Halla a sabiendo que π es paralelo a r.

b) (1 punto) Determina el plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1,2,3)$.

236. **(2020-M4;Sept-B-4)** Considera el plano $\pi \equiv x-y+z=2$ y la recta $r \equiv \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$.

a) (1 punto) Calcula la distancia entre r y π.

b) (1.5 puntos) Halla la ecuación general del plano perpendicular a π que contiene a r.

237. **(2020-M5-A-4)** Dados los puntos $A(1,0,1)$, $B(-1,0,2)$ y $O(0,0,0)$, y la recta $r \equiv \begin{cases} x=-1-\lambda \\ y=\lambda \\ z=2 \end{cases}$

a) (1.5 puntos) Calcula la distancia del punto A a la recta r.

b) (1 punto) Determina el área del triángulo de vértices A, B y O.

238. **(2020-M5-B-4)** Considera el plano $\pi \equiv 2x-y+z-3=0$, la recta $r \equiv \begin{cases} x=3+\lambda \\ y=1-2\lambda \\ z=-2-\lambda \end{cases}$ y el punto $P(1,1,2)$.

a) (1.25 puntos) Determina la ecuación general del plano perpendicular a π, paralelo a r y que pasa por el punto P.

b) (1.25 puntos) Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.

239. **(2020-M6;Jun-A-4)** Siendo $a \neq 0$, considera las rectas

$$r \equiv x-1=y-2=\frac{z-1}{a} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x-3}{-a}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{2}$$

a) (1.25 puntos) Estudia la posición relativa de ambas rectas según los valores de a .

b) (1.25 puntos) Para $a = 2$, determina las ecuaciones de la recta que pasa por el punto de corte de r y s y es perpendicular a ambas.

240. (2020-M6;Jun-B-4) Se considera el punto $A(1,-2,0)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x+y=0 \\ y-3z+2=0 \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Calcula la ecuación del plano que pasa por A y es perpendicular a r.
b) (1.25 puntos) Calcula la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r.

241. (2021-M1-B-7) Considera el punto $P(1,0,1)$ y el plano $\pi \equiv x-y+z+1=0$.

a) (1.25 puntos) Halla el simétrico del punto P respecto al plano π.
b) (1.25 puntos) Halla la distancia del punto P al plano π.

242. (2021-M1-B-8) Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x-2}{-2} = y-1 = \frac{z}{-2} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x+2y=3 \\ 2y+z=2 \end{cases}$$

a) (1.25 puntos) Estudia la posición relativa de r y s.
b) (1.25 puntos) Calcula, si es posible, el plano que contiene a r y a s.

243. (2021-M2-B-7) Considera el punto $P(1,2,6)$ y el plano $\pi \equiv 2x-y+z=0$.

a) (1.25 puntos) Halla las ecuaciones de los planos paralelos a π cuya distancia a éste sea $\sqrt{6}$ unidades.
b) (1.25 puntos) Halla el simétrico del punto P respecto al plano π.

244. (2021-M2-B-8) Considera los puntos $B(-1,0,-1)$, $C(0,1,-3)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x=-\lambda \\ y=1+2\lambda \\ z=-1+\lambda \end{cases}$

a) (1.25 puntos) Calcula un punto que esté en r y equidiste de B y C.
b) (1.25 puntos) Siendo $D(1,-1,-2)$, calcula el área del triángulo con vértices en los puntos B, C y D.

245. (2021-M3;Jul-B-7) La recta perpendicular desde el punto $A(1,1,0)$ a un cierto plano π corta a éste en el punto $B\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$.

a) (1.5 puntos) Calcula la ecuación del plano π.
b) (1 punto) Halla la distancia del punto A a su simétrico respecto a π.

246. (2021-M3;Jul-B-8) Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x=3+\lambda \\ y=1 \\ z=-3-\lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x+y=1 \\ z=0 \end{cases}$$

a) (1.25 puntos) Estudia la posición relativa de r y s.
b) (1.25 puntos) Halla la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

247. (2021-M4-B-7) (2.5 puntos) Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x-y+z=2 \\ 3x-y-z=-4 \end{cases}$$

Sabiendo que dos de los lados de un cuadrado están en las rectas r y s, calcula su área.

248. (2021-M4-B-8) Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 2 + m\lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - y + 2z = 3 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

a) (1.5 puntos) Estudia la posición relativa de r y s según los valores de m.
b) (1 punto) Para $m = 1$, calcula el coseno del ángulo que forman las rectas r y s.

249. (2021-M5;Jun-B-7) Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0 \\ -3x + 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = -2 + 2\lambda \end{cases}$$

a) (1.5 puntos) Calcula el plano perpendicular a la recta s que pasa por el punto $P(1, 0, -5)$.
b) (1 punto) Calcula el seno del ángulo que forma la recta r con el plano $\pi \equiv -2x + y + 2z = 0$.

250. (2021-M5;Jun-B-8) (2.5 puntos) La recta $r \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-3}{3}$ y la recta s, que pasa por los puntos $P(1, 0, 2)$ y $Q(a, 1, 0)$, se cortan en un punto. Calcula el valor de a y el punto de corte.

251. (2021-M6-B-7) Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

a) (1.5 puntos) Halla el plano que contiene a r y es paralelo a s.
b) (1 punto) Deduce razonadamente que ningún plano perpendicular a s contiene a r.

252. (2021-M6-B-8) Considera los puntos $A(1, 2, 3)$, $B(-2, 4, -3)$ y $C(-10, 1, 0)$.

a) (1.25 puntos) Halla el área del triángulo de vértices A, B y C.
b) (1.25 puntos) Halla el plano que equidista de A y B.