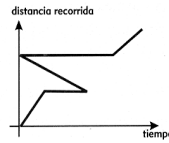


UNIDADES 6 y 7: FUNCIONES REALES. PROPIEDADES GLOBALES. FUNCIONES ELEMENTALES

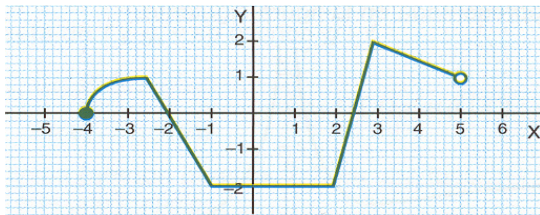
1. Indica cuáles de estas gráficas son funciones



2. Dada la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ calcula:

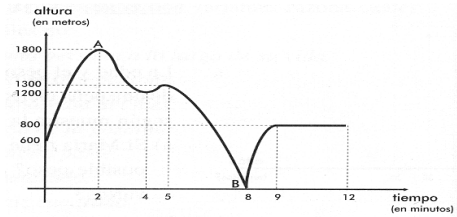
- a) La imagen de 2, -2 y 5.
- b) La antiimagen de 24 y de 0.

3. En la figura se representa la función f .



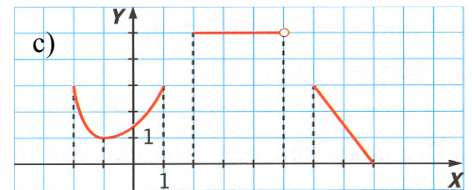
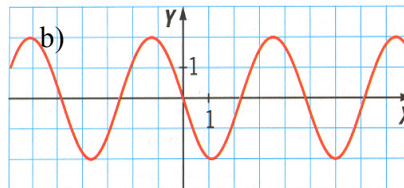
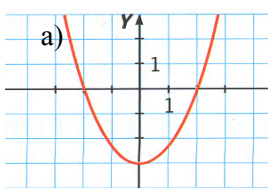
- a) Indica su dominio y su recorrido.
- b) Halla la imagen de -1 y 3.
- c) Halla la antiimagen de -2 y 0.
- d) Obtén los puntos de corte con los ejes.
- e) Estudia su monotonía y extremos.

4. La gráfica siguiente muestra la altura que alcanza un águila imperial ibérica mientras observamos su vuelo.



- a) ¿Cuál es el dominio de la función?
- b) Escribe el recorrido de la función.
- c) Estudia los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- d) Estudia los máximos y mínimos relativos.
- e) Estudia su máximo y mínimo absolutos.

5. Calcula el dominio y recorrido de estas funciones:



6. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x^2 - 3$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$

c) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + x + 1}$

d) $f(x) = \frac{3}{5x + 2x^2}$

e) $f(x) = \sqrt{x-2}$

f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

g) $f(x) = \sqrt{2-x}$

h) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$

i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

j) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$

k) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4}$

l) $f(x) = \frac{2x-3}{\sqrt[3]{x^2 - 4}}$

m) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$

n) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$

ñ) $f(x) = \sqrt{(1-x)(1+x)}$

o) $f(x) = \sqrt{2x^2 + 7x - 4}$

p) $f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{2x^2 + 7x - 4}}$

q) $f(x) = \ln(7x-4)$

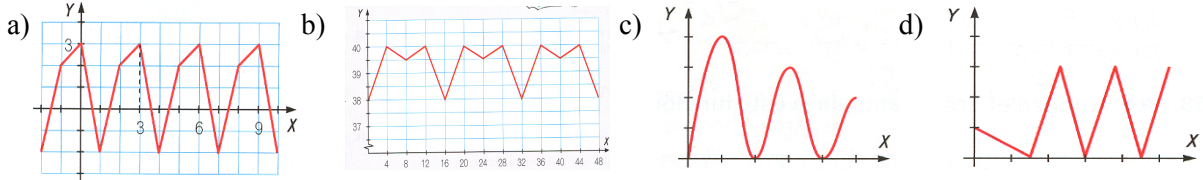
r) $f(x) = \log(x^2 - 9)$

s) $f(x) = \ln\left(\frac{x+7}{x-7}\right)$

7. Estudia algebraicamente si estas funciones presentan algún tipo de simetría.

a) $f(x) = x^3 - 3x$ b) $f(x) = x^4 - 1$ c) $f(x) = x^5 + x$ d) $f(x) = 5x^3 - 2x^2$

8. Indica cuáles de las siguientes gráficas corresponden a funciones periódicas, indicando el período en las que lo sean.



9. Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$

a) Halla los dominios de las funciones f y g .

b) Calcula las funciones $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$ y $g \circ f$.

10. Dada la función $h(x) = x^2 - 7x + 6$. Halla otras dos funciones f y g tales que $h = f \cdot g$

11. Si $f(x) = x^2 - 5x + 3$ y $g(x) = x^2$, calcula $g \circ f$ y $f \circ g$. Calcula también $(g \circ f)(4)$ y $(f \circ g)(4)$.

12. Dadas las funciones: $f(x) = 3x + 2$ y $g(x) = \frac{x + 3}{2x + 1}$, calcula $g \circ f$ y $f \circ g$.

13. Dadas las funciones $f(x) = \frac{1}{3x - 6}$ y $g(x) = 2 + \sqrt{x}$ halla:

a) $f \circ g$ b) g^{-1} c) $g^{-1} \circ f$ d) $g \circ g$

14. Calcula la función inversa de f en cada caso:

a) $f(x) = 2x + 1$ b) $f(x) = \frac{2x - 3}{4}$ c) $f(x) = \frac{x + 3}{x - 2}$ d) $f(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$
 e) $f(x) = \frac{5}{x - 4}$ f) $f(x) = \frac{1}{2x - 1}$ g) $f(x) = \frac{1}{x}$

15. Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $f(x) = x^2 + ax + a$ y pasa por el punto $(1, 9)$. Calcular el valor de a .

16. Se sabe que la función cuadrática de ecuación $f(x) = ax^2 + bx + c$ pasa por los puntos $(1, 1)$, $(0, 0)$ y $(-1, 1)$. Obtén su expresión algebraica.

17. Calcula por interpolación lineal el valor aproximado de la función f en $x = 10$ si sabemos que $f(0) = 5$ y $f(20) = -15$.

18. Al apuntarnos en un gimnasio, hemos tenido que pagar una cantidad fija en concepto de matrícula. Después tendremos que ir pagando las mensualidades. Si estamos 6 meses, nos gastaremos en total 246 euros, y si estamos 15 meses, nos costará 570 euros. ¿Cuánto nos gastaríamos en total si estuviéramos asistiendo durante un año?

19. De una función se sabe que $f(1) = 0$, $f(2) = 3$ y $f(-1) = 6$. Halla el polinomio de interpolación cuadrática y utilízalo para estimar el valor de $f(0)$.
20. Los gastos de producción y los ingresos por ventas (ambos expresados en millones de euros) de cierta empresa durante los tres últimos años han sido los siguientes:

Gastos (millones de €)	3	4	6
Ingresos (millones de €)	10	12	20

- a) Halla el polinomio interpolador de segundo grado que exprese los ingresos en función de los gastos.
- b) ¿Qué ingresos cabría esperar este año si los gastos de producción fuesen de 5 millones de euros?
21. Representa gráficamente:

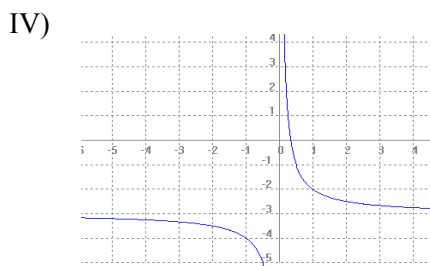
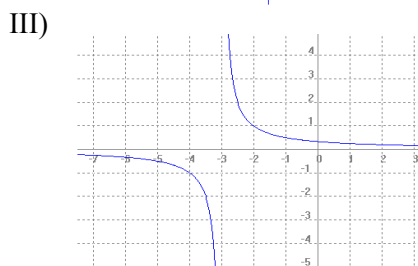
$$a) f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x < 1 \\ x^2-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{si } x < -1 \\ 2x^2-2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

22. Representa gráficamente las siguientes funciones y defínelas como funciones a trozos:

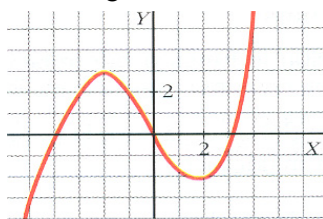
$$a) f(x) = |2x+5| \quad b) f(x) = |4-x^2| \quad c) f(x) = |x^2-4x+3| \quad d) f(x) = |-x^2+8x-12|$$

23. Asocia a cada una de las gráficas una expresión analítica:

$$a) f(x) = \frac{1}{x} + 2 \quad b) g(x) = \frac{1}{x+3} \quad c) h(x) = \frac{1}{x} - 3 \quad d) i(x) = \frac{1}{x-4}$$



24. Dada la gráfica de la función $f(x)$ representa a partir de ella:



- a) $|f(x)|$
 b) $f(x-1)$
 c) $f(x)+2$
 d) $f(x-1)+2$

25. A partir de la gráfica de $f(x) = \frac{1}{x}$, representa la gráfica de:

$$a) g(x) = \frac{2x+1}{x} \quad b) h(x) = \frac{1}{x-3} \quad c) j(x) = \frac{3x-5}{x-2}$$

26. A partir de la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$, representa la gráfica de:

a) $g(x) = \sqrt{x} - 2$ b) $h(x) = \sqrt{x-1} - 2$ c) $j(x) = |\sqrt{x} - 2|$

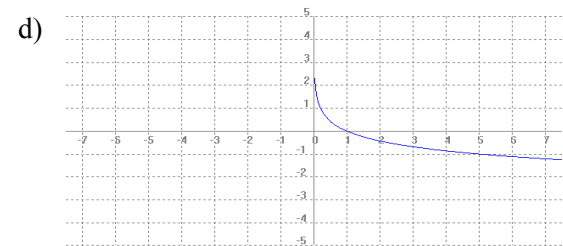
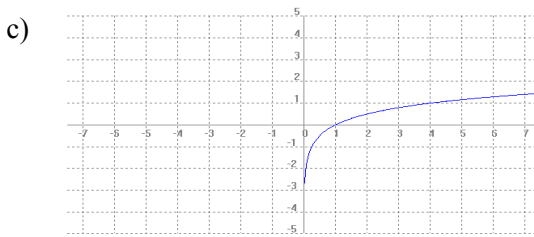
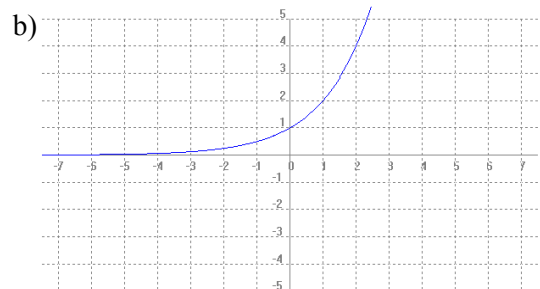
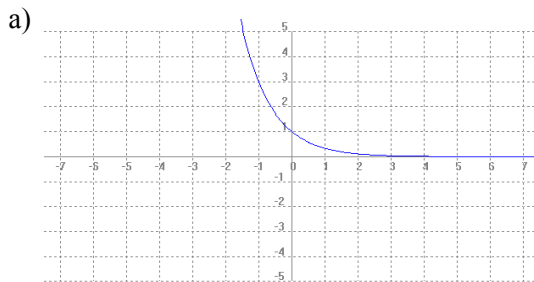
27. A partir de la gráfica de $f(x) = \text{sen } x$, representa la gráfica de:

a) $g(x) = |\text{sen } x|$ b) $h(x) = 3 + \text{sen } x$ c) $j(x) = -\text{sen } x$

28. A partir de las gráficas de $f(x) = 2^x$ y $g(x) = \log_2 x$, representa:

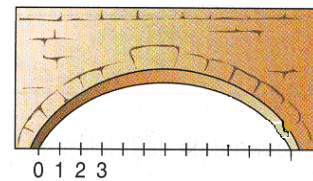
a) $h(x) = 2^{x+1}$ b) $i(x) = 2^x + 1$ c) $j(x) = 2^{x-1} + 3$ d) $k(x) = 2^{x+1} - 4$
 e) $l(x) = \log_2(x-2)$ f) $m(x) = \log_2(x) - 2$ g) $n(x) = \log_2(x-2) - 2$ h) $\tilde{n}(x) = \log_2(x+2) + 2$

29. Estas gráficas corresponden a funciones del tipo $f(x) = a^x$, $g(x) = \log_a x$. Identifícalas e indica, en cada caso, si $a > 1$ o bien $0 < a < 1$.



30. Un túnel tiene forma parabólica, dada por la función $f(x) = -\frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x$.

- ¿Qué altura tiene a 2 metros del arranque del arco?
- ¿Qué longitud tiene el puente?
- ¿Cuál es su altura máxima?
- ¿Hay que tomar alguna precaución para que circule un autobús de 3m de alto por 2.5 m de ancho?



31. La función:

$$f(x) = \frac{400x + 400}{x + 18}$$

nos da el número de pulsaciones por minuto de una persona que está aprendiendo a teclear en un ordenador en función del número de clases particulares, de una hora, a las que asiste.

- ¿Cuántas pulsaciones por minuto da al comienzo de las clases y cuántas dará al cabo de 3, 5 y 20 clases recibidas?
- ¿Cuántas horas debe practicar para dar 300 pulsaciones por minuto?
- Representa la gráfica.
- A la vista de la gráfica responde a las siguientes cuestiones:
 - ¿A partir de qué número de clases alcanza más de 300 pulsaciones por minuto?
 - ¿Qué número de clases debe recibir para alcanzar las 500 pulsaciones por minuto?
 - ¿Qué número máximo de pulsaciones por minuto puede llegar a alcanzar?